جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي

كلية العلوم الدقيقة

محاضرات في الكهرباء والمغناطيسية

موجهة لطلبة السنة الأولى جذع مشترك علوم المادة

من إعداد: د. باقي محمد

begui–mohamed@univ-eloued.dz

الموسم الجامعي: 2022/2021

بسم الله الرحمن الرحيم

المحتويات

مقدمة

الفصل الأول: مدخل رياضي

الفصل الثاني: الحقل الكهربائي

الشحنة والقوة الكهربائية

الحقل الكهربائي

الكمون الكهربائي

الفصل الثالث: النواقل المتوازنة

النواقل المتوازنة

المكثفات

الفصل الرابع: الكهرباء المتحركة

التيار الكهربائي

الشبكات الكهربائية

الفصل الخامس: المغناطيسية

المراجع

مقدمة

يعرّف علم الفيزياء على أنّه العلم المستوحى من الطبيعة، والقائم على التجربة، والقياس، والتحليل الرياضي، والذي يتعامل مع بنية المادة والتفاعلات بين العناصر الأساسية للكون، بهدف إيجاد قوانين فيزيائية كميّة يُستفاد منها في تنبّؤ سلوك الكون، و يستخدمها البشر في حياتهم اليومية، ويجدر بالذكر أنّ مجال الفيزياء شاملًا للغاية، إذ تُعدّ العديد من فروعه علومًا منفصلة بحدّ ذاتها، ومن هذه الفروع نجد الكهرباء والمغناطيسية.

تتناول هذه المحاضرات شرحا لأساسيات فيزياء الكهرباء والمغناطيسية، المقررة من قبل الوزارة لطلاب السنة الأولى علوم المادة. وقد راعيت في عرضها سهولة العبارة ووضوح المعنى، كما وقد جعلتها مصحوبة بالعديد من الأمثلة و ببعض التمارين التوضيحية لمزيد من التوضيح على كل موضوع. وفي نهاية كل فصل وضعت العديد من التمارين المتنوعة التي تغطي ذلك الفصل ليقوم الطالب بحلها خلال دراسته.

تحتوي هذه المطبوعة على خمسة فصول، خصص الفصل الأول للتذكير ببعض الأدوات الرياضية الضرورية لهذا الموضوع ، ثم كان الفصل الثاني لعرض المفاهيم الأساسية للكهرباء الساكنة و هي القوة الكهربائية، الحقل الكهربائي والكمون الكهربائي حيث ومن خلال قانون كولوم وقانون غوص يمكننا إيجاد القوى المتبادلة بين الشحنات وحساب الحقل والكمون الناشيء عن شحنة أو مجموعة من الشحنات (سواءً ذات توزيع منفصل أو متصل).

أما الفصل الثالث فقد اهتم بدراسة النواقل المتوازنة والتأثير المتبادل بينها ثم تناول بعض التطبيقات المعتمدة على الكهرباء الساكنة مثل المكثف الكهربائي وحساب سعته.

أما الفصل الرابع فقد تناول الكهرباء المتحركة والتي تختص بدراسة التيار الكهربائي والتعرف على ثنائيات الأقطاب الكهربائية (المقاومات، مصدر الجهد، مصدر التيار، إلخ)، ثم تذكر قانون أوم وقوانين كيرشوف التي غالباً ما تصادف في الدوائر الكهربائية.

أما الفصل الخامس و الأخير فقد اشتمل على بعض المفاهيم الأساسية في المغناطيسية مثل المجال المغناطيسي، القوة المغناطيسية، وكذلك بعض القوانين المعروفة في المغناطيسية مثل قانون بيووسافار وقانون أمبير.

أخيرا أرجو من الله أن أكون قد وفقت في عرض هذه المحاضرات. وأن تكون دعامة لطلبتنا في دراستهم واستيعابهم لهذا المقياس. كما أني منفتح لاستقبال جميع الملاحظات التي تقدم لي بهدف تطوير هذا العمل وجعله أفضل وأفيد لطلبتنا. و الله ولي التوفيق.

الفصل 1

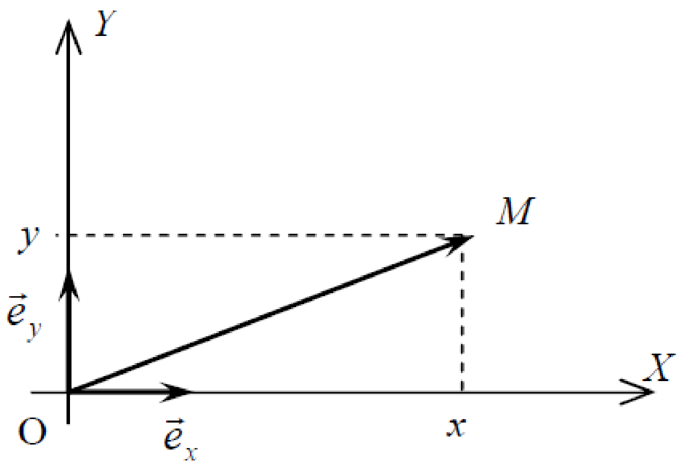
مدخل رياضي

مدخل رياضي

1. جمل الاحداثيات:

الإحداثيات الديكارتية:

1. في المستوي:



شعاع الموضع:

$$\overrightarrow{OM} = x.\vec{e}_x + y.\vec{e}_y$$

$$\begin{cases} x = r.\cos\theta \\ y = r.\sin\theta \end{cases}$$

الانتقال العنصري:

$$d\overrightarrow{OM} = dx\overrightarrow{e_x} + dy\overrightarrow{e_y}$$

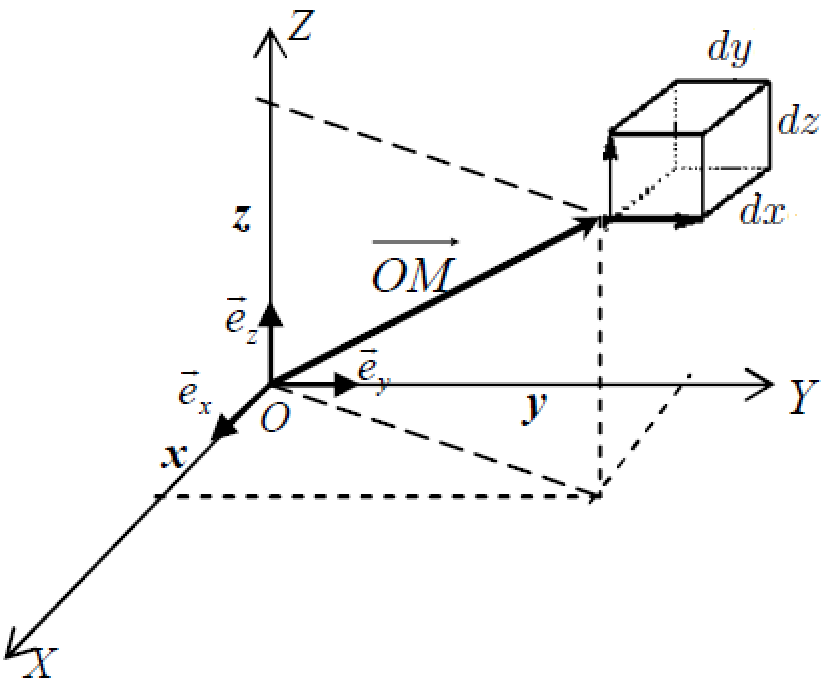
طول الانتقال العنصري:

$$dl = \left\| d\overrightarrow{OM} \right\| = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}$$

السطح العنصري:

$$dS = dx.dy$$

2. في الفضاء:



شعاع الموضع:

$$\overrightarrow{OM} = x.\vec{e}_x + y.\vec{e}_y + z.\vec{e}_z$$

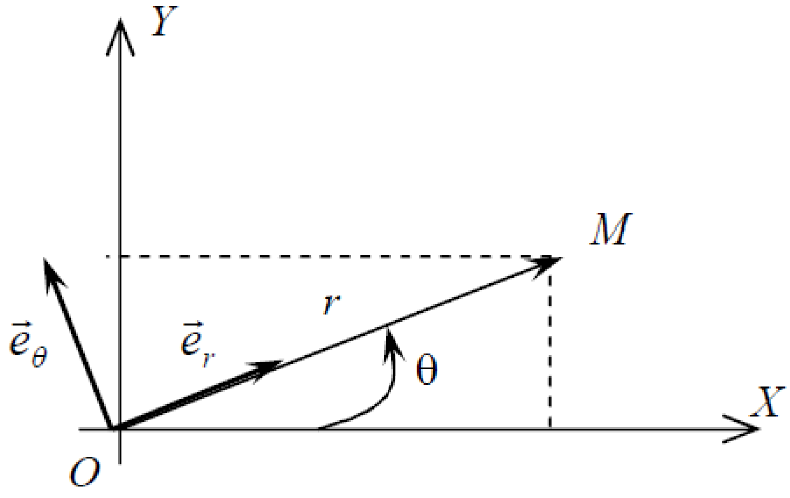
الانتقال العنصري:

$$d\overrightarrow{OM} = dx\overrightarrow{e_x} + dy\overrightarrow{e_y} + dz\overrightarrow{e_z}$$

الحجم العنصري:

$$dV = dx.dy.dz$$

2. الإحداثيات القطبية:



شعاع الموضع:

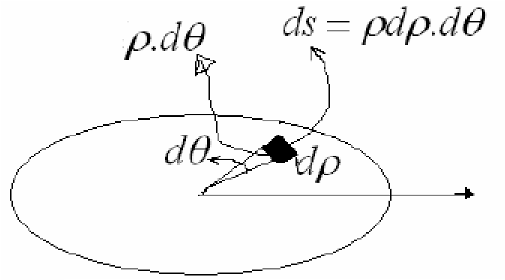
$$\overrightarrow{OM} = r.\vec{e}_r$$

$$\begin{cases} \vec{e}_r = \cos\theta.\vec{e}_x + \sin\theta.\vec{e}_y \\ \vec{e}_y = -\sin\theta.\vec{e}_x + \cos\theta.\vec{e}_y \end{cases}$$

الانتقال العنصري:

$$d\overrightarrow{OM} = d\rho\overrightarrow{e_\rho} + \rho d\theta\overrightarrow{e_\theta}$$

المساحة العنصرية:

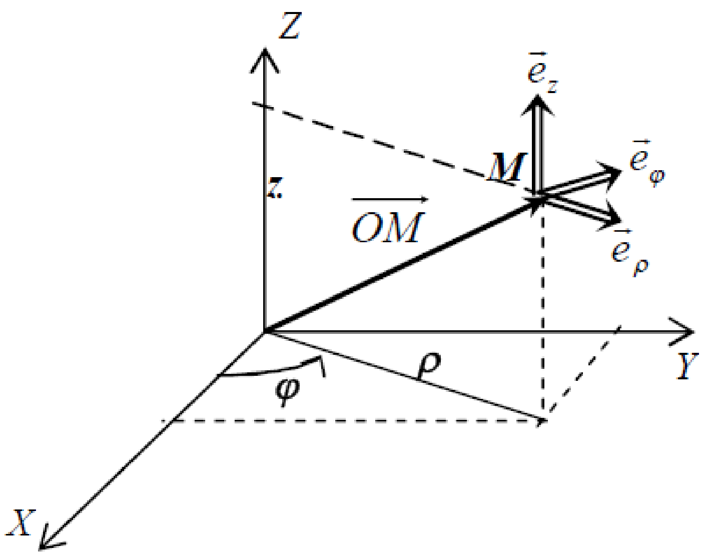


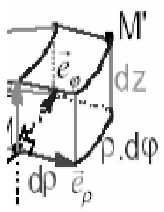
$$ds = \rho\, d\rho\, d\theta$$

مساحة دائرة نصف قطرها R

$$S = \iint dS = \iint \rho d\rho d\theta = \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta = [\frac{\rho^2}{2}]_0^R . [\theta]_0^{2\pi} = \pi R^2$$

3. الإحداثيات الاسطوانية:





شعاع الموضع:

$$\overrightarrow{OM} = \rho.\vec{e}_\rho + z.\vec{e}_z$$

$$\begin{cases} x = r.\cos\varphi \\ y = r.\sin\varphi \\ z = z \end{cases}$$

الانتقال العنصري:

$$d\overrightarrow{OM} = d\rho\vec{e_\rho} + \rho d\varphi\,\vec{e_\varphi} + dz\vec{e_z}$$

طول الانتقال العنصري:

$$dl = \left\|\overrightarrow{OM}\right\| = \sqrt{(d\rho)^2 + (\rho d\varphi)^2 + (dz)^2}$$

السطح الجانبي العنصري للاسطوانة:

$$ds = \rho.d\varphi.dz$$

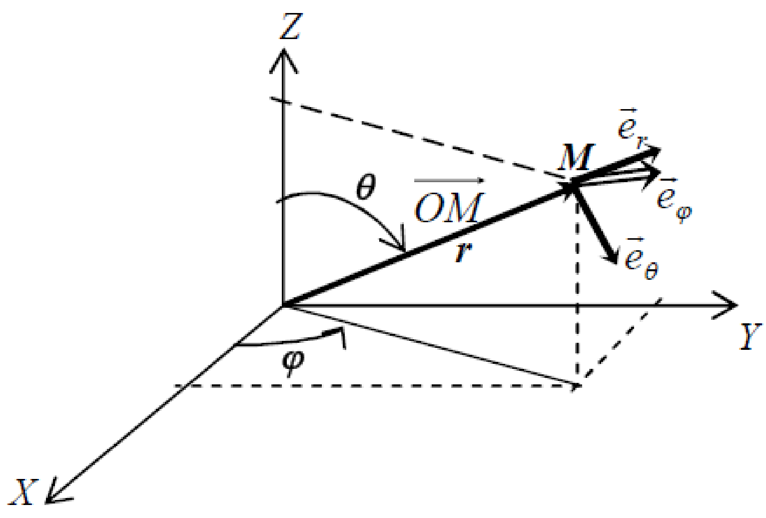
مساحة السطح الجانبي لاسطوانة طولها L ونصف قطرها R

$$S = \iint dS = \iint \rho d\varphi dz = R\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{L} dz = R.[\theta]_0^{2\pi}.[z]_0^{L} = 2\pi RL \quad (\rho = R)$$

حجم اسطوانة طولها L ونصف قطرها R:

$$V = \int\int\int dV = \int\int\int \rho d\rho d\theta dz = \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^L dz = \pi R^2 L$$

4. الإحداثيات الكروية:



شعاع الموضع:

$$\overrightarrow{OM} = r.\vec{e}_r$$

$$\begin{cases} x = r.\sin\theta.\cos\varphi \\ y = r.\sin\theta.\sin\varphi \\ z = r.\cos\theta \end{cases}$$

$$(r \geq 0, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi)$$

الانتقال العنصري:

$$d\overrightarrow{OM} = dr\overrightarrow{e_r} + rd\theta\overrightarrow{e_\theta} + r\sin\theta.d\varphi\overrightarrow{e_\varphi}$$

طول الانتقال العنصري:

$$dl = \sqrt{(dr)^2 + (rd\theta)^2 + (r.\sin\theta.d\varphi)^2}$$

السطح العنصري لكرة:

$$dS = r^2\sin\theta d\theta d\varphi$$

مساحة سطح كرة نصف قطرها R

$$S = \iint dS = \iint r^2\sin\theta d\theta d\varphi = R^2\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta\int_0^{2\pi}d\varphi = 4\pi R^2$$

الحجم العنصري لكرة:

$$dV = r^2 dr \sin\theta d\theta d\varphi$$

حجم كرة نصف قطرها R

$$V = \iiint dV = \iiint r^2 dr \sin\theta d\theta d\varphi = \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{4}{3}\pi R^2$$

2. المؤثرات:

مؤثر التدرج في جملة الإحداثيات الديكارتية:

يعطى المؤثر نابلا بالعبارة التالية:

$$\vec{\nabla}. = \overrightarrow{grad}. = \frac{\partial .}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial .}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial .}{\partial z}\vec{k}$$

إذا طبق المؤثر نابلا على دالة سلمية $f(x,y,z)$ يسمى التدرج

$$\vec{\nabla} f = \overrightarrow{grad} f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$$

ملاحظة: ليكن الانتقال العنصري $\vec{dl} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$

ولتكن الدالة السلمية $f(x,y,z)$

* يمكن استنتاج عبارة التدرج بالاستعانة بالعلاقة $df(x,y,z) = \vec{\nabla} f(x,y,z).\vec{dl}$

* شعاع التدرج يدلنا على اتجاه التغير الاعظمي للدالة $f(x,y,z)$

مؤثر التدرج في جملة الإحداثيات الاسطوانية:

يعطى المؤثر نابلا في الإحداثيات الاسطوانية بالعبارة التالية:

$$\vec{\nabla}. = \overrightarrow{grad}. = \frac{\partial .}{\partial \rho}\vec{u}_\rho + \frac{1}{r}\frac{\partial .}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{\partial .}{\partial z}\vec{u}_z$$

إذا طبق المؤثر نابلا على دالة سلمية $f(\rho,\theta,z)$ يسمى التدرج

$$\vec{\nabla} f = \overrightarrow{grad}\, f = \frac{\partial f}{\partial \rho}\vec{u}_\rho + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{u}_z$$

مؤثر التدرج في جملة الإحداثيات الكروية:

يعطى المؤثر نابلا في الإحداثيات الكروية بالعبارة التالية:

$$\vec{\nabla}. = \overrightarrow{grad}. = \frac{\partial .}{\partial \rho}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial .}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{rsin\theta}\frac{\partial .}{\partial \varphi}\vec{u}_\varphi$$

إذا طبق المؤثر نابلا على دالة سلمية $f(r,\theta,\varphi)$ يسمى التدرج

$$\vec{\nabla} f = \overrightarrow{grad}\, f = \frac{\partial f}{\partial \rho}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{rsin\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\vec{u}_\varphi$$

الفصل 2

الحقل الكهربائي

الفصل الأول: الحقول الكهربائية

الشحنة والقوة الكهربائية

1. خصائص الشحنة الكهربائية

تعتبر الشحنة من الصفات الأساسية للأجسام ويرمز لها بالرمز Q وتقاس بوحدة C تسمى الكولوم، يمكن أن تكون الشحنة موجبة أو سالبة، أصغر شحنة كهربائية موجودة في الطبيعة هي شحنة الإلكترون $e = 1,6.1019\ C$ تتواجد الشحنات على الأجسام في صورة مضاعفات لهذه الشحنة الأساسية ولهذا نقول إن الشحنة مكممة.

ونكتب: $Q = N.e$ حيث N عدد طبيعي

- الشحنة لا تفنى ولا تستحدث ولكن يمكن أن تتحول من جسم إلى آخر فهي تخضع لقانون انحفاظ الشحنة.
- الشحنة النقطية هي عبارة عن جسم مشحون أبعاده مهملة بالمقارنة مع المسافات التي تفصله عن باقي المؤثرات.

مثال:

احسب الشحنة الصافية على عينة من مادة مؤلفة من

- 8×10^{15} الكترونا
- 8×10^{15} الكترونا و 6×10^{14} بروتونا.

2. قانون كولوم

يعد العالم الفرنسي تشارلس أوغسطين دي كولوم(1736-1806) واحدا من الرواد الأوائل في القرن الثامن عشر في الكهربائية، فهو أول من قام بقياسات عملية للقوى العاملة بين الأجسام

المشحونة. ومن حصيلة هذه القياسات استطاع صياغة قانونه الشهير عام 1785 الذي عرف بقانون كولوم وهو يرتكز على ثلاث نصوص:

1) تنافر الشحنات ذات الإشارة الواحدة وتجاذب الشحنات ذات الإشارة المختلفة.

2) تؤثر شحنتان نقطيتان أحداهما على الأخرى بقوة تعمل على امتداد الخط المستقيم الذي يصل بين مركزيهما، ومقدار هذه القوة سواء كانت قوة تجاذب أو تنافر بين الشحنتين تتناسب طرديا مًع حاصل ضرب الشحنتين.

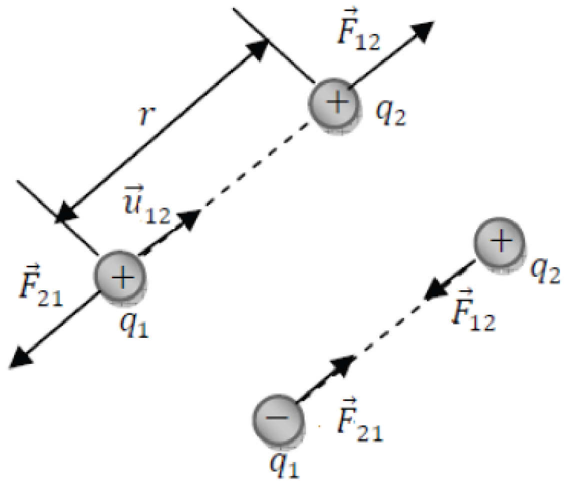
3) يتناسب مقدار قوة التجاذب أو التنافر بين شحنتين عكسيا مًع مربع المسافة بينهما، ان هذا الاستنتاج يعد إشارة واضحة إلى ان كولوم اثبت ان قوة التجاذب أو التنافر بين جسمين مشحونين تتبع قانون التربيع العكسي.

على ضوء ما تقدم يمكن صياغة نص قانون كولوم بالشكل الآتي : القوة الكهروستاتيكية بين شحنتين نقطيتين في حالة سكون تتناسب طرديا مًع حاصل ضرب مقدار الشحنتين وعكسيا مًع مربع المسافة بينهما. ويمكن كتابة قانون كولوم بصيغة رياضية تشير إلى اتجاه القوة إضافة إلى مقدارها بالشكل الآتي

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_{12}$$

يدعى k الثابت الكهربائي" أو " ثابت كولوم"

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9 N.m^2.C^{-2} \quad (SI)$$



حيث ε_0 هي سماحية الفراغ وقيمتها تساوي $8,8510^{-12}N^{-1}.m^{-2}.C^2$

يمكن كتابة المعادلة السابقة كما يلي:

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1q_2}{r^3}\vec{r}$$

وذلك بوضع: $\vec{r} = r.\vec{u}_{12}$

تخضع القوى الكهربائية إلى مبدأ التراكب، فمحصلة القوة الكهربائية التي تخضع لها شحنة q_0 من طرف شحنات أخرى $q_1, q_2, \dots, q_N$ هي:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{i=N} \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \dots + \vec{F}_N$$

حيث أن $\vec{F}_1, \vec{F}_2 \dots, \vec{F}_N$ هي على الترتيب $\vec{F}_{10}, \vec{F}_{20} \dots, \vec{F}_{N0}$.

الحقل الكهربائي

1. الحقل الكهربائي الناشئ عن شحنة نقطية

1.1 مفهوم الحقل الكهربائي: عندما نضع الشحنه الكهربائيه Q (نسميها شحنة مصدر) في مكان ما فإنها تكسب الفضاء من حولها خصائص تجعل أنه لو وضعت شحنة كهربائية q_0 (تسمى شحنة اختبار) في نقطة M من هذا الفضاء فإنها ستتأثر بقوة $\vec{F}$ فنقول إن حقلا كهربائيا موجودا في منطقة الفضاء حول Q شحنة المصدر.

نكتب:

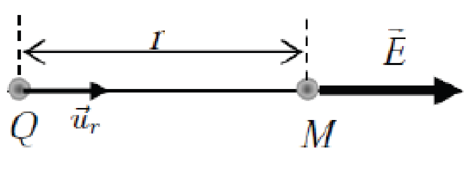
$$\begin{aligned}\vec{F} &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 Q}{r^2}\vec{u}\\ &= q_0\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{u}\right)\\ &= q_0\vec{E}\end{aligned}$$

وعليه يمكن أن نكتب:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{u}$$

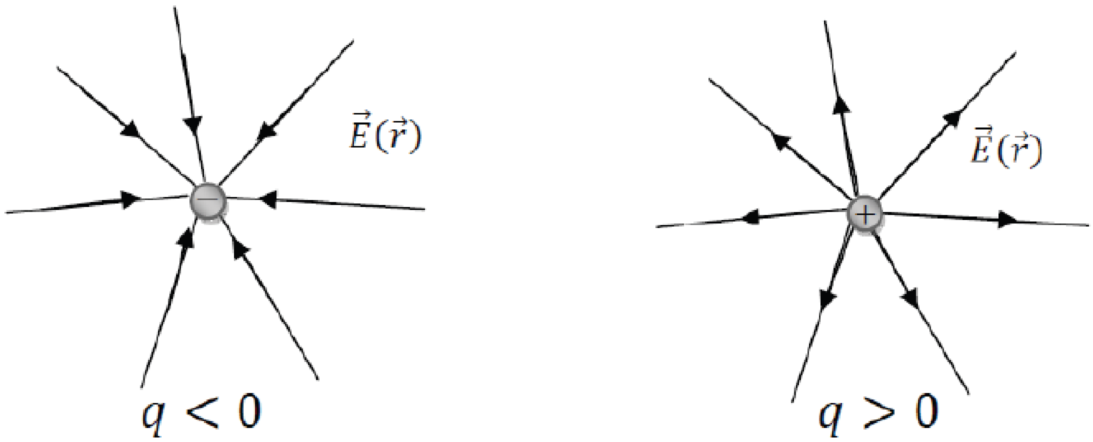
فعند النقطة M ينشأ حقل كهربائي $\vec{E}$ يتعلق بشحنة المصدر Q و ببعد النقطة M عنها.

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}\vec{r}$$



2.1 خصائص شعاع الحقل الكهربائي $\vec{E}(M)$:

- يكون اتجاه شعاع $\vec{E}(M)$ الحقل بنفس اتجاه $\vec{u}_r$ إذا كانت شحنة المصدر Q موجبة وعكس ذلك إذا كانت الشحنة سالبة.



- تسمى طويلة شعاع حقل الكهربائي $||\vec{E}(M)||$ **شدة الحقل الكهربائي.**

$$||\vec{E}(M)|| = E = \frac{F}{|q|}$$

- من معادلة التعريف نحصل على وحدة الحقل:

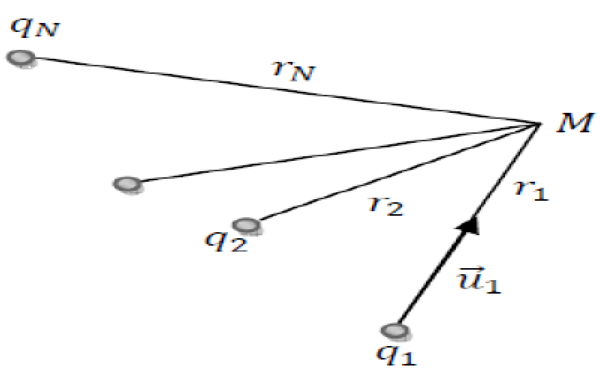
$$[E] = \frac{[F]}{[q]} = \frac{N}{C} = N/C$$

وأيضا لها وحدة ثانية هي $[E] = V/m$.

2. الحقل الكهربائي الناشئ عن عدة شحنات نقطية:

ليكن لدينا ان N شحنة نقطية $q_1, q_2 \dots q_N$ تبعد عن النقطة M بـ $r_1, r_2 \dots, r_N$ على الترتيب:

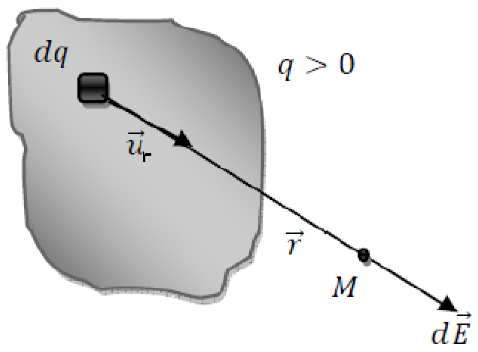
حسب قانون التراكب يكون لدينا:



$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i$$

3. الحقل الكهربائي الناشئ عن توزيع شحني مستمر:

في هذه الحالة نجزأ الشحنة الموزعة على كافة الجسم إلى عناصر تفاضلية dq ثم نكامل فنحصل



$$\vec{E}(M)=\int d\vec{E}(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r$$

حيث $d\vec{E}(M)$ هو الحقل العنصري الناشئ عن الشحنة العنصرية dq في النقطة M.

تتوزع الشحنة في الجسم على ثلاثة أشكال:

- **التوزيع الخطي:**

نعرف الكثافة الخطية λ على أنها كمية الشحنة dq المتواجدة في واحدة الطول dl،

ونكتب:

$$\lambda=\frac{dq}{dl}$$

وحدتها: Cm

في حالة التوزيع الخطي المنتظم تكون:

$$\lambda=\frac{dq}{dl}=\frac{Q}{L}$$

وهي مقدار ثابت حيث Q هي كل الشحنه الموزعة خطيا بالطول L

الحقل العنصري الناشئ عن الشحنة العنصرية dq في النقطة M هو:

$$d\vec{E}(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dl}{r^2}\vec{u}_r$$

الحقل الكلي:

$$\vec{E}(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\lambda dl}{r^2}\vec{u}_r$$

- **توزيع السطحي:**

نعرف الكثافة السطحية σ على أنها كمية الشحنة dq المتواجدة في وحدة السطح dS ونكتب:

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

وحدتها: C/m^2.

في حالة التوزيع السطحي المنتظم تكون:

$$\sigma = \frac{dq}{dS} = \frac{Q}{S}$$

وهي مقدار ثابت، حيث: Q هي كل الشحنه الموزعة على السطح S.

الحقل العنصري dE الناشئ عن الشحنة العنصرية dq في النقطة M هو

$$d\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma dS}{r^2}\vec{u}_r$$

والحقل الكلي هو:

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\sigma dS}{r^2}\vec{u}_r$$

- **التوزيع الحجمي:**

نعرف الكثافة الحجمية ρ على أنها كمية الشحنة dq المتواجدة في وحدة السطح dV ونكتب:

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

وحدتها: C/m^3.

في حالة التوزيع الحجمي المنتظم تكون:

$$\rho = \frac{dq}{dV} = \frac{Q}{V}$$

وهي مقدار ثابت، حيث: Q هي كل الشحنه الموزعة على السطح V.

الحقل العنصري dE الناشئ عن الشحنة العنصرية dq في النقطة M هو

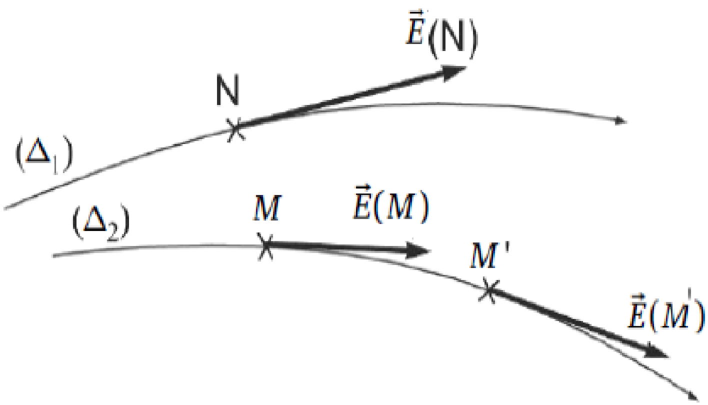
$$d\vec{E}(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho dV}{r^2}\vec{u}_r$$

والحقل الكلي هو:

$$\vec{E}(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho dV}{r^2}\vec{u}_r$$

4. خطوط الحقل الكهربائي:

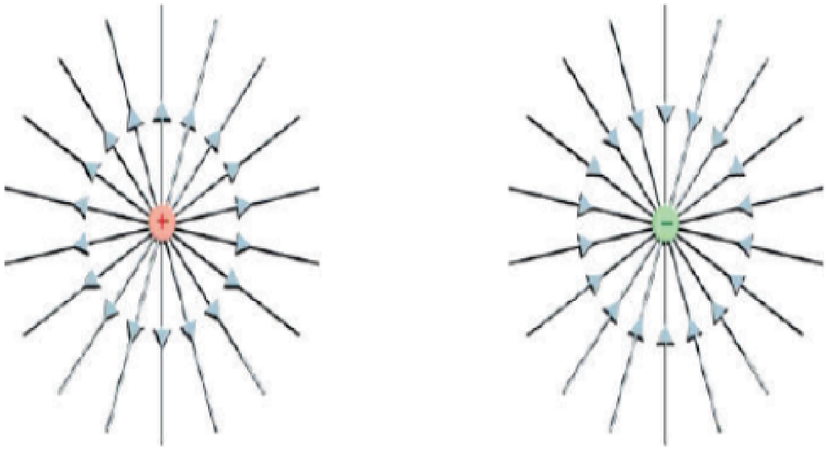
تسمى الخطوط المنحنية Δ_i والتي تكون مماسيا لشعاع الحقل الكهربائي $\vec{E}$ بخطوط الحقل أو خطوط القوة.

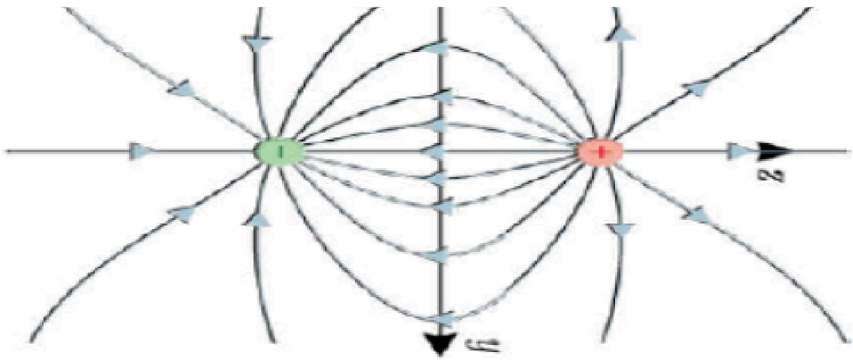


تتميز خطوط الحقل الكهربائي بما يلي:

- يمر بكل نقطة من فضاء الحقل خط حقل وحيد.
- يتجه خط الحقل بنفس اتجاه شعاع الحقل في النقطه المحدده.
- لا يمكن لخطوط الحقل أن تتقاطع.
- يتناسب عددها في وحدة المساحة طرديا مع شدة الحقل، فكلما زادت شدة الحقل تقاربت الخطوط اكثر، والعكس صحيح.

- تخرج خطوط الحقل من الشحنات الموجبة لتنتهي الى الشحنات السالبه او الى ما لا نهايه.





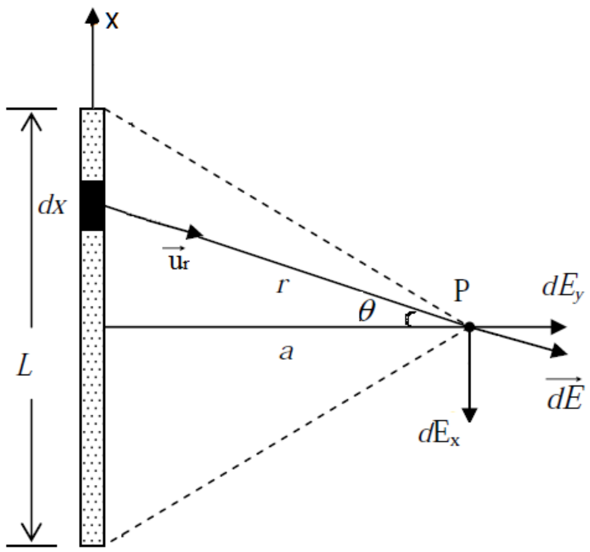
5. تطبيقات:

مثال1.

يبين الشكل التالي سلك طوله L يحمل شحنة موجبة مقدارها q موزعة بصورة متجانسة على طول محور x بكثافة خطية قدرها λ. احسب شدة المجال الكهربائي في نقطة M تقع على العمود المنصف لهذا السلك وتبعد عنه مسافة قدرها a.

الإجابة:

نفرض أن الشحنة q مقسمة إلى عناصر صغيرة كل منها dx فاصله وان dq هي مقدار شحنة العنصر. وبما ان السلك يحمل شحنة ذات كثافة خطية فان مقدار الشحنة dq على كل عنصر هي dx λ =dq.



إن شدة المجال الكهربائي dE الناشئ عن عنصر الطول dx عند النقطة P هو باتجاه المحور y الموجب، وذلك لأن لكل عنصر شحنه في جهة اليسار هناك عنصر يقابله في جهة اليمين، وهذا ما يؤدي الى تعادل مركبتي مجاليهما dEx في اتجاه المحور x. في حين نرى مركبتيهما dEy في اتجاه المحور y الموجب دائما.

وكما يتضح ذلك من الشكل فإن مقدار المركبة dEy للعنصر هو:

$$dE_y = dE\cos\theta$$

ومن المعادلة

$$\overrightarrow{dE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\,\overrightarrow{u_r}$$

نكتب

$$\overrightarrow{dE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}\,\overrightarrow{u_r}$$

ومنه فإن شدة الحقل:

$$dE = dE_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}\cos\theta$$

نجري التغيرات التالية

$$\begin{cases} x = a\,\mathrm{tg}\,\theta \\ \quad \rightarrow dx = \dfrac{a}{\cos^2\theta}\,d\theta \\ r = \dfrac{a}{\cos\theta} \end{cases}$$

نجد أن:

$$dE = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta\,d\theta$$

و منه:

$$E = \int_{-\theta'}^{+\theta'}\cos\theta\,d\theta$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}[\sin\theta]_{-\theta'}^{+\theta'}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}2\sin\theta'$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}2\frac{\frac{L}{2}}{\left(\frac{L^2+4a^2}{4}\right)^{1/2}}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\frac{L}{(L^2+4a^2)^{1/2}}$$

في الحالة الخاصة التي يكون فيها السلك ممتداً على جهتي المحور X ولمسافة طويلة جداً عندئذ تصبح $a \cong 0$ ومنه:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

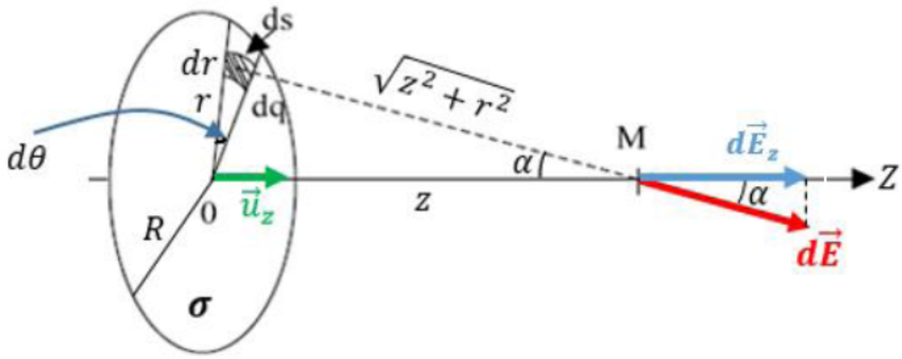
مثال 2:

نعتبر قرص مركزه O و نصف قطره R مشحون سطحيا بانتظام و لتكن σ كثافة شحنته السطحية موجبة. نعتبر النقطة M الواقعة على محور القرص ZO في الاتّجاه الموجب و التي تبعد بمسافة z عن مركز القرص O. 1. أعط رسم تخطيطي للمسألة.

2 . أكتب عبارة الشحنة العنصرية dq المحمولة من طرف السطح العنصري للقرص dS .

3 . أوجد عبارة الحقل الكهربائي في النقطة M.

الإجابة: 1. رسم تخطيطي للمسألة:



2. عبارة الشحنة العنصرية dq المحمولة من طرف السطح العنصري للقرص dS :

$$dq=\sigma\ dS=\sigma\ r\ dr\ d\theta$$

3. إيجاد عبارة الحقل الكهربائي في النقطة M

$$\vec{E}(M) = E_z(z)\,\vec{u}_z$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int dE_z\ \vec{u}_z$$

$$dE_z = dE\ cos\alpha$$

$$dE = K\frac{dq}{z^2+r^2} = K\frac{\sigma\, r\, dr\, d\theta}{z^2+r^2}$$

$$cos\alpha = \frac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}$$

بالتعويض في عبارة الحقل الكهربائي $\vec{E}$ نجد:

$$\vec{E} = K\,\sigma\, z\int_0^R \frac{r}{(z^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}dr\int_0^{2\pi} d\theta\ \vec{u}_z$$

$$\vec{E} = 2\pi\, K\,\sigma\left(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)\vec{u}_z$$

- في حالة مستو لانّهائي موزعة عليه الشحنة بانتظام يمكن استنتاج عبارة الحقل الكهربائي انطلاقا من عبارة الحقل الكهربائي الناتج عن القرص السابقة و هذا باعتبار أن نصف قطر القرص يؤول إلى اللانّهاية فيكون:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}\,\vec{u}_z$$

- عبارة الحقل الكهربائي الناشئ في النقطة M في حالة مستو لانّهائي مثقوب:

حسب مبدأ التراكب لدينا:

الحقل الكهربائي الناتج عن المستوى اللانّهائي المثقوب =(الحقل الكهربائي الناتج عن المستوى اللانّهائي - الحقل الكهربائي الناتج عن القرص)

و منه تكون عبارة الحقل الكهربائي الناشئ من طرف المستوي اللانّائي المثقوب في النقطة M كالآتي:

$$\vec{E} = 2\pi\, K\,\sigma\,\vec{u}_z - 2\pi\, K\,\sigma\left(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)\vec{u}_z$$

ومنه:
$$\vec{E} = 2\pi K \sigma \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \vec{u}_z$$

الكمون الكهربائي

1. عمل قوة كهربائية:

عند وضع شحنة كهربائية q موجبة في مجال كهربائي E سيؤثر عليها بقوة كهربائية F (في اتجاه الحقل) عبارتها: Fe=qE

إذا أثرنا على الشحنة q بقوة خارجية مقدارها F سوف تتحرك في اتجاه محصلة القوتين F و Fe

عند انتقال الشحنة q عكس اتجاه الحقل E من موضع ابتدائي A إلى موضع نهائي B فهذا يعني أن عملا قد بذل من القوة الخارجية، وهو يساوي وبالإشارة السالبة عمل القوة الكهربائية، نعبر عن ذلك كما يلي:

$$W_{AB}^{ext} = \int_A^B \vec{F}_a \cdot d\vec{r} = -q\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

ذلك يؤدي إلى تغير في الطاقة الكامنة للشحنة الكهربائية حيث نجد أن:

$$\Delta E_p = E_{p_B} - E_{p_A} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

هذا مشابه تماما لحالة جسم كتلته m يرفع في حقل الجاذبية الأرضية من موضع ابتدائي A إلى موضع نهائي B، فالعمل المطبق من القوة الخارجية يساوي mgh والعمل المطبق من قوة الجاذبية هو mgh - وهذا يؤدي إلى زيادة طاقته الكامنة.

2. الكمون الكهربائي:

نعرف فرق الكمون الكهربائي بين موضعين A و B داخل الحقل الكهربائي بأنه العمل المبذول من القوة الخارجية لنقل وحدة الشحنة الموجبة من A إلى B أو هو التغير في الطاقة الكامنة للجملة (الشحنة - الحقل) بالنسبة لواحدة الشحن عندما تنتقل بين هذين الموضعين. ونكتب:

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

أو نكتب:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta E_p}{q} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

لقياس الكمون عند أي نقطة، اتفق أن يكون كمون النقاط البعيدة جداً عن المصدر معدوما.

وفي حالتنا لو اخترنا النقطة A في اللانهاية لأصبح الكمون V_A معدوما . ونكتب:

$$V_B = \frac{W_{\infty B}}{q} = -\int_\infty^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

إذن الكمون في نقطة ما هو عبارة عن العمل لوحدة الشحنة الواجب إنجازه لنقل شحنة موجبة من اللانهاية إلى تلك النقطة (أو من نقطة كمون صفر إلى النقطة المعنية).

أو نكتب:

$$V_B = \frac{E_{p_B}}{q} = -\int_\infty^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

فالكمون هو الطاقة الكامنة لموضع معين مقسوم على كمية الشحنة لشحنة الاختبار.

الكمون هو مقدار سلمي يميز كل نقطة من فضاء الحقل الكهربائي، بحيث نرفق بكل نقطة من فضاء الحقل الكهربائي مقدارين شعاعي هو الحقل الكهربائي وسلمي هو الكمون الكهربائي.

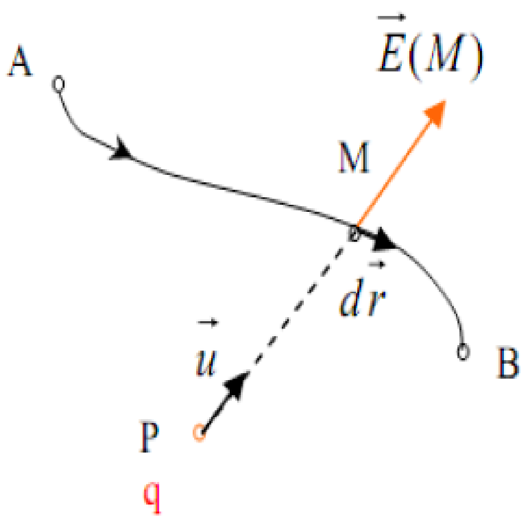
وحدة الكمون الكهربائي هي الفولط (V) وهي تكافئ (J/C).

يدعى التكامل المنحني $\int_A^B \vec{E}.d\vec{r}$ تجول الحقل الكهربائي عبر المسار AB، وهو مستقل عن المسار المتبع بين البداية A والنهاية B. من هنا فإن تجول هذا الحقل على مسار مغلق معدوم.

3.الكمون الكهربائي الناشئ عن شحنة نقطية:

$\vec{E}$ حقل كهربائي ناشيء عن الشحنة النقطية q. A و B نقطتان من فضاء الحقل

كما عرفنا سابقا فرق الكمون بين نقطتين هو سالب تجول الحقل بينهما



$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\vec{dl}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}$$

$$\vec{E}\vec{dl} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}[\vec{u}\vec{dr}]$$

$$\vec{u}\vec{dr} = dr$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}dr$$

$$V_B - V_A = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_A^B \frac{dr}{r^2} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}]$$

المعادلة الأخيرة تبين أن تكامل (تجول) الحقل الكهربائي لا يتعلق بالمسار المتبع فهو حقل محافظ.

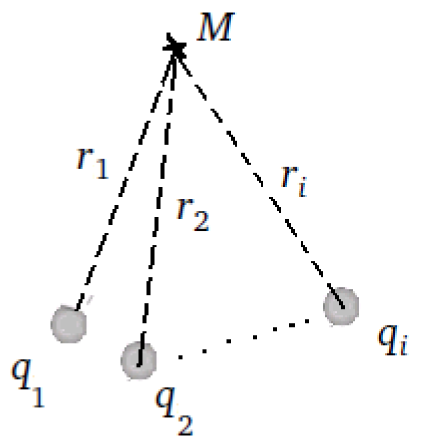
الكمون يتعلق فقط بالاحداثيات القطرية للنقطتين r_A و r_B .

باختيار V=0 عندما $r_A = \infty$ يمكن كتابة الحقل الناشيء عن الشحنة q في أي نقطة كما يلي:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}$$

4. الكمون الناشيء عن عدة شحنات نقطية: تنشئ كل شحنة q_i في النقطة M كمونها الخاص ويكون الكمون الكلي في هذه النقطة هو مجموع الكمونات:

$$V(M) = V_1 + V_2 + \ldots\ldots V_n$$



$$V(M) = \sum_{i=1}^{n} V_i(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

5. الكمون الناشيء عن توزيع مستمر للشحنات:

عبارته العامة كما يلي:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

- **التوزيع الخطي بكثافة λ :**

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int_{(\Gamma)}\frac{\lambda d\ell}{r}$$

- **التوزيع السطحي بكثافة σ:**

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\iint_{(S)}\frac{\sigma dS}{r}$$

- التوزيع الحجمي بكثافة ρ :

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\iiint_{(V)}\frac{\rho dV}{r}$$

6. العلاقة بين الحقل والكمون الكهربائيين:

عرفنا سابقا أن الكمون الكهربائي بين نقطتين هو:

$$V_B - V_A = \int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = -\int_A^B \mathrm{d}\,V$$

ومنه:

$$\mathrm{d}\,V = -\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell}$$

نعوض في هذه العبارة الحقل بمركباته E_x, E_y, E_z والانتقال بمركباته $\mathrm{d}x, \mathrm{d}y, \mathrm{d}z$ نجد أن الجداء السلمي

$$\mathrm{d}\,V = -\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} = -E_x\mathrm{d}x - E_y\mathrm{d}y - E_z\mathrm{d}z$$

من جهة أخرى نكتب تفاضل الدالة السلمية V كما يلي:

$$\mathrm{d}\,V = \frac{\partial V}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial V}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial V}{\partial z}\mathrm{d}z$$

بالمطابقة بين العبارتين الأخيرتين نستنتج أن مركبات الحقل الكهربائي هي:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x},\ E_y = -\frac{\partial V}{\partial y},\ E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

يمكن أن نعبر عن شعاع الحقل كما يلي:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V$$

أي أن: الحقل الكهربائي يساوي ناقص تدرج الكمون.

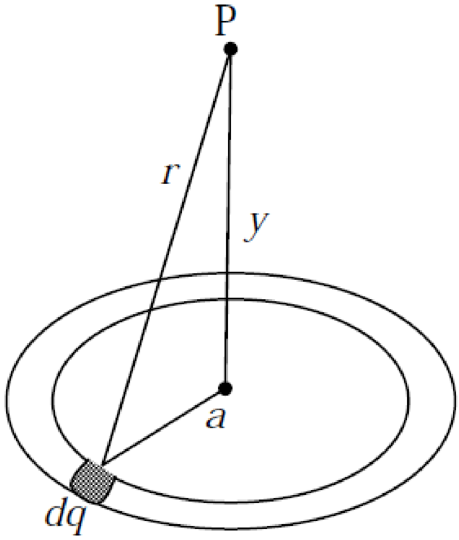
ملاحظة هامة: من الأبسط عادة حساب الكمون الكهربائي في كل نقطة من الفضاء في حين يكون حساب الحقل الكهربائي حسابا مباشرا أمرا صعبا أحيانا، لهذا نستفيد من العلاقة السابقة في استنتاج الحقل الكهربائي بعد معرفة الكمون، طبعا وأن نستنتج الكمون في حال عرفنا الحقل الكهربائي.

7. تطبيقات:

مثال 1:

شحنة موجبة مقدارها q موزعة بانتظام على شكل حلقة نصف قطرها a مثل ما مبين في الشكل.

احسب الجهد الناشئ عن الحلقة عند نقطة p واقعة على محور الحلقة وعلى مسافة y من مركزها.



الإجابة:

نقسم الحلقة إلى عناصر تفاضلية تبعد جميعها بمسافات متساوية عن النقطة P المراد إيجاد الكمون عندها. ثم نأخذ أحد هذه العناصر الذي تبلغ قيمة شحنته dq ونعتبرها بمثابة شحنة نقطية تبعد مسافة r عن النقطة P.

نستطيع أن نجد مقدار الكمون الناشئ عن هذا العنصر كما يأتي :

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{\sqrt{a^2+y^2}}$$

بإجراء التكامل لكل من طرفي المعادلة نحصل على قيمة الجهد عند النقطة P

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+y^2}}\int dq$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{a^2+y^2}}$$

مثال2:

في مثال القرص المدروس سابقا اجب عن الاسئلة التالية:

8. أوجد عبارة الكمون V الناشئ عن كل القرص في النقطة M.

9. أوجد عبارة الحقل الكهربائي في النقطة M باستنتاجه من الكمون.

الإجابة:

10. إيجاد عبارة الكمون الكهربائي V الناتج عن كل القرص في النقطة M :

لدينا:

$$V = \int dV$$

$$dV = K\frac{dq}{\sqrt{z^2 + r^2}} = K\frac{\sigma\, r\, dr\, d\theta}{\sqrt{z^2 + r^2}}$$

ومنه يكون

$$V = K\sigma \int_0^R \frac{r}{\sqrt{z^2 + r^2}} dr \int_0^{2\pi} d\theta$$

إذن:

$$V = 2\pi K\sigma \left(\sqrt{z^2 + R^2} - z\right)$$

11. 4.أ. الطريقة الأولى: إيجاد عبارة الحقل الكهربائي في النقطة M و ذلك باستنتاجه من الكمون:

بما أنّ عبارة V لا تتعلق إلا ب z إذن:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V = -\frac{\partial V}{\partial z}\,\vec{u}_z$$

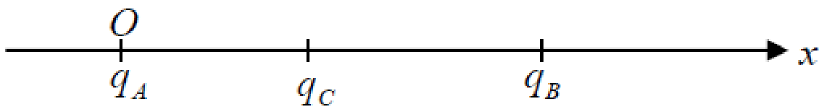
و بحساب مشتقة V نجد:

$$\vec{E} = 2\pi K\sigma \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right) \vec{u}_z$$

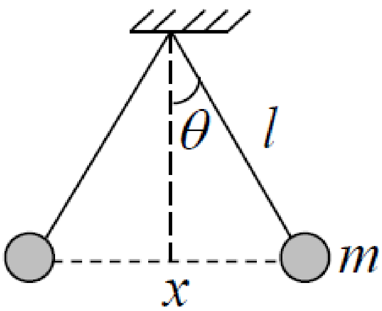
8. تمارين

التمرين الأول:

ليكن لدينا ثلاث شحنات كهربائية qB ، qC ، qA حيث $\frac{1}{2}q_A = q_B = -q_C = q$ واقعه على المستقيم AB كما هو موضح في الشكل بفرض الشحنتان q_A و q_B ساكنتان والمسافة بينهما هي $d = 0{,}1m$ أما الشحنة q_C فيمكنها التحرك على المستقيم المطلوب تحديد وضع التوازن للشحنة q_C

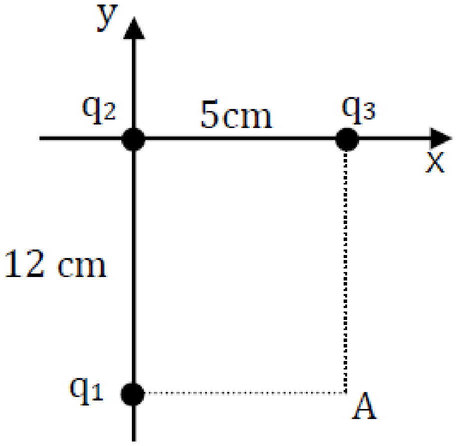


التمرين الثاني:



نعتبر كريتين متماثلتين نصفي قطريهما مهمل معلقتين بحيث يشكلان نواسين بسيطين طولهما $l = 80cm$ كما هو موضح في الشكل. نفرض ان للكريتين نفس الكتلة $m = 10g$ ونفس الشحنة $q = 2\cdot10^{-8}C$ ونعتبر أن الزاوية صغيرة بكفاية أي أننا $tg\theta \approx \sin\theta$. احسب البعد في بين الكريتين عند التوازن.

التمرين الثالث: بفرض أنه لدينا ثلاث شحنات نقطية $q_1 = 8nC, q_2 = -7nC, q_3 = -3nC$ موضوعه كما في الشكل

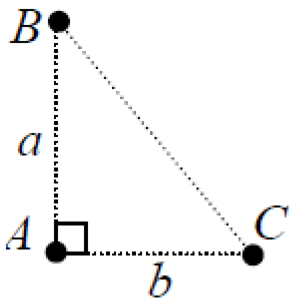


1- مثل ثم احسب القوة الكهربائية التي تؤثر بها الشحنة q_2 على الشحنة q_1.

2- احسب الكمون الكهربائي الإجمالي والحقل الكهربائي الإجمالي في النقطة A.

3- إذا نصب بروتون في النقطة A، احسب عندئذ طاقة كمونه.

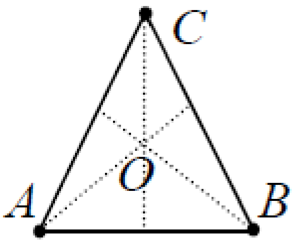
التمرين الرابع: ننصب الشحنه q_B في النقطه B والشحنه q_C في النقطة C من رؤوس مثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A حيث $q_B = 2 \cdot 10^{-8} C$ ، $a = 5cm$ ، $b = 4cm$. المطلوب تعيين الشحنة لكي يكون:



1- الحقل في النقطة A عمودي على الوتر، عين الكمون في النقطة A.

2- الكمون في النقطة A معدوما، عين الحقل الموافق.

التمرين الخامس: نصبت الشحنات $q_A = q_B = -10^{-10} C$ و $q_C = 4 \cdot 10^{-10} C$ على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $a = 3 \cdot 10^{-2} m$، لتكن O نقطة تقاطع منصفات زوايا هذا المثلث.



1- عين الحقل والكمون في النقطة O (حلل الحقل على المحورين)

2- إذا جيء بالشحنة $q_0 = 2 \cdot 10^{-10} C$ في النقطة O، احسب طاقتها الكامنة والقوة المؤثره عليها.

3- احسب العمل اللازم بذله لنقل الشحنة q_0 من النقطة O إلى النقطة D منتصف AB.

التمرين السادس: في تجربة ميليكان لتكن لدينا صفيحتين معدنيتين أفقيتين تفصلهما مسافة قدرها $1.5cm$ ، فرق الكمون بين الصفيحتين يساوي $3kV$. في الفضاء المحصور بين الصفحتين توجد قطرة زيت صغيرة مشحونة سلبا في حالة توازن.

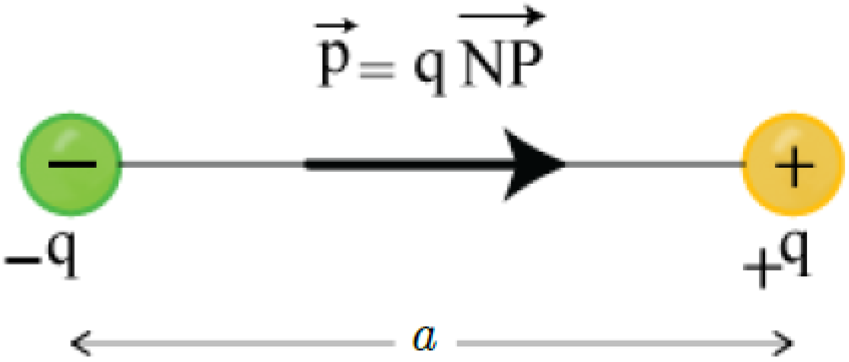
1- ارسم شكلا يحدد أي الصفيحتين المشحونة ايجابا و المشحونة سلبا.

2- احسب شحنة قطرة الزيت، وقارنها مع شحنة الإلكترون.

المعطيات: الكتلة الحجمية للزيت $\rho = 900kg/m^3$ ، قطر قطرة الزيت $D = 4.1\mu m$ ، شدة الجاذبية $g = 9.8m/s^2$.

ثنائي القطب الكهربائي

1. تعريف: نسمي ثنائي قطب كهربائي الجملة الكهربائية المتعادلة كهربائيا المكونة من شحنتين متساويتين في القيمة ومختلفتين في الاشارة $+q$ و $-q$ تبعدان عن بعضهما بمسافة صغيرة a.



يتميز ثنائي القطب الكهربائي بمقدار شعاعي يدعى العزم الكهربائي لثنائي القطب يعرف كما يلي:

$$\vec{p} = q\overrightarrow{NP} = qa\,\vec{i}\,.$$

يتجه شعاع العزم الكهربائي من الشحنة السالبة نحو الشحنة الموجبة.

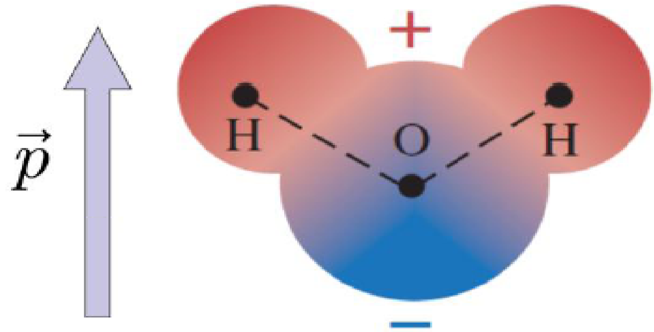
طويلته: $p = q \times a$

يقدر العزم في الجملة الدولية ب: C.m.

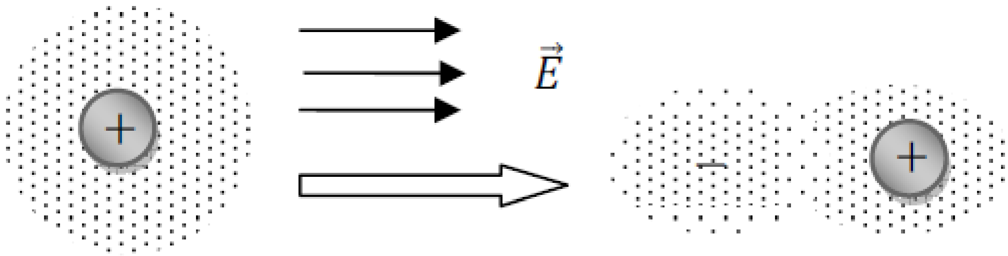
لثنائي القطب الكهربائي أهمية بالغة في دراسة الذرات أو الجزيئات.

بعض الجزيئات في الطبيعة تظهر كأنها أقطاب دائمة تدعى جزيئات قطبية(مستقطبة).

مثلا جزيء الماء هو جزيء مستقطب ويمكن أن ندرس تأثير خاصية الاستقطاب باستعمال مقدار عزمه القطبي $\vec{p}$.



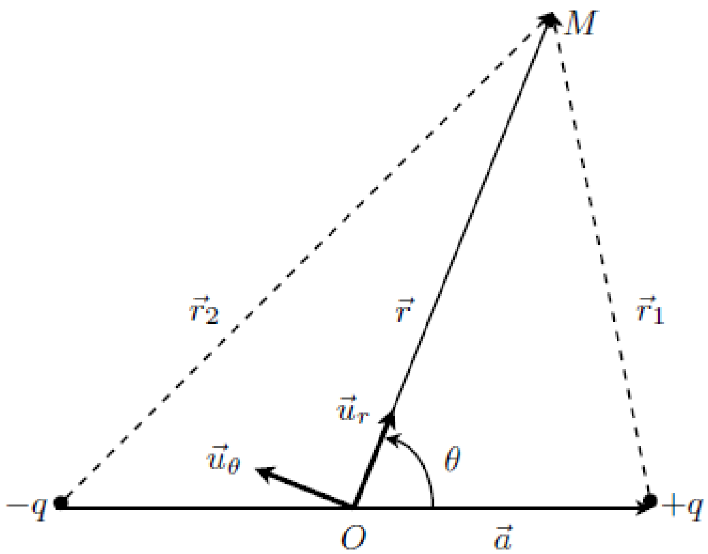
الذرات الموضوعة في حقل كهربائي خارجي منتظم ينزاح مركز ثقلها عن النواة وتستقطب وتسلك سلوك ثنائي قطب كهربائي.



2. الكمون والحقل الكهربائيان الناشئان عن ثنائي قطب على مسافة بعيدة:

◆ الكمون الكهربائي الناشئ عن ثنائي قطب:

يكتب الكمون الناشئ عن ثنائي قطب في النقطة M تبعد بالمسافة r عن المبدأ O حيث r كبيرة جدا مقارنة بالمسافة a بين الشحنتين



$$V(M) = V_1(M) + V_2(M)$$

و بالتعويض:

$$V(M) = Kq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

من الشكل لدينا:

$$\vec{r}_1 = \vec{r} - \frac{\vec{a}}{2}$$

$$\vec{r}_2 = \vec{r} + \frac{\vec{a}}{2}.$$

ومنه يمكن وباعتبار أن $\left(\frac{a}{r} \ll 1\right)$ كتابة r_1 و r_2 كمايلي:

$$r_1 = \sqrt{r^2 + \frac{a^2}{4} - \vec{r}.\vec{a}} \simeq r\sqrt{1 - \frac{\vec{r}.\vec{a}}{r^2}}$$

$$r_2 = \sqrt{r^2 + \frac{a^2}{4} + \vec{r}.\vec{a}} \simeq r\sqrt{1 + \frac{\vec{r}.\vec{a}}{r^2}}$$

وذلك بجعل: $\frac{a^2}{r^2} \simeq 0$

ومنه يكون:

$$\frac{1}{r_1} \simeq \frac{1}{r}(1+\frac{\vec{r}.\vec{a}}{2r^2})$$

$$\frac{1}{r_2} \simeq \frac{1}{r}(1-\frac{\vec{r}.\vec{a}}{2r^2})$$

إذن:

$$\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2} \simeq \frac{1}{r}(1+\frac{\vec{r}.\vec{a}}{2r^2}-1+\frac{\vec{r}.\vec{a}}{2r^2})=\frac{\vec{r}.\vec{a}}{r^3}.$$

بالتعويض نجد:

$$V(M) = K\frac{\vec{r}.q\vec{a}}{r^3}.$$

و بوضع $\vec{P} = q.\vec{a}$ نكتب:

$$V(M) = K\frac{\vec{p}.\vec{r}}{r^3} = \frac{Kp\cos\theta}{r^2}$$

◆الحقل الكهربائي الناشئ عن ثنائي قطب:

يمكن استنتاج ذلك من عبارة الكمون باستخدام العلاقة بين الحقل والكمون $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

حيث تكتب عبارة $\overrightarrow{grad}$ في الإحداثيات القطبية كما يلي:

$$\overrightarrow{grad} = \frac{\partial}{\partial r}\vec{u_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\vec{u_\theta}$$

ومنه تكون:

$$E_r(M) = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2Kp\cos\theta}{r^3}$$

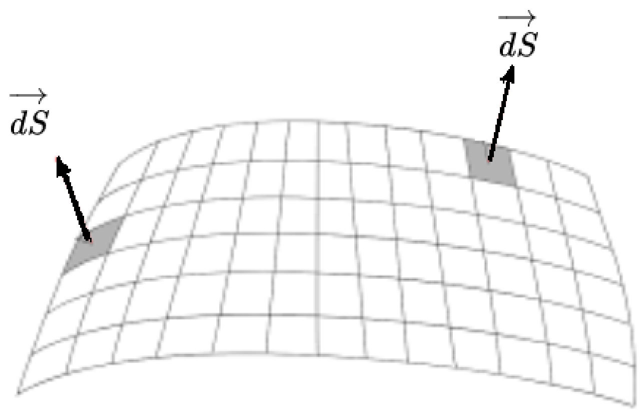
$$E_\theta(M) = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial\theta} = \frac{Kp\sin\theta}{r^3}$$

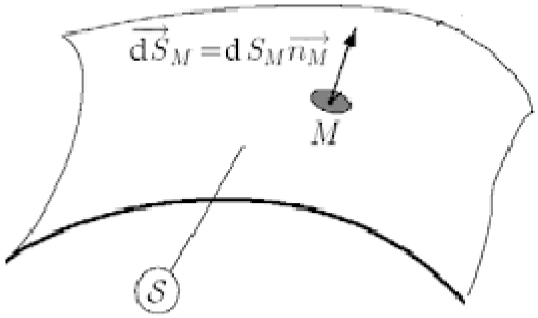
تدفق الحقل الكهربائي و نظرية غوص

1. شعاع السطح:

نعبر عن رقعة مستوية (S) بشعاع $\vec{S}$ ، اتجاهه ناظمي على الرقعة المستوية نحو الخارج إذا كان السطح مغلقا (وبصفة عامة نحو تقعر السطح)، وطويلته هي مساحة الرقعة $|\vec{S}|=S$

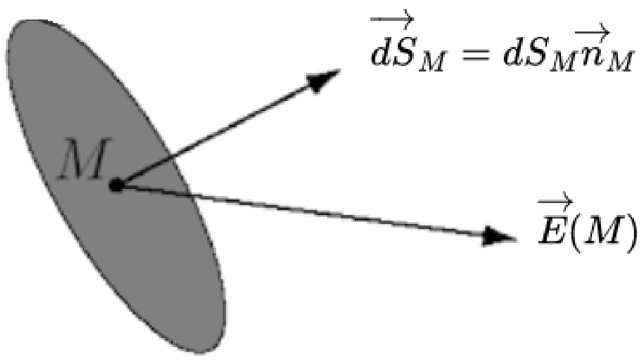
إذا تعلق الأمر بسطح كيفي (غير مستوي) نجزئ هذا السطح إلى رقع صغيرة dS نعتبرها مستويات ونمثل كل عنصر بشعاع $\overrightarrow{dS}$ طوله يعادل مساحة الرقعة واتجاهه ناظمي.





2. تدفق الحقل الكهربائي:

نسمي التدفق الكهربائي للحقل $\vec{E}$ عبر السطح العنصري $\overrightarrow{dS}$ المقدار السلمي $d\Phi$ حيث:



$$d\Phi = \vec{E}.\overrightarrow{dS}$$

$d\Phi$ هو الجداء السلمي للشعاعين $\overrightarrow{E}$ و $\overrightarrow{dS}$

نكتب: $d\Phi = E.dS.cos\theta$

حيث: θ هي الزاوية بين الشعاعين $\overrightarrow{E}$ و $\overrightarrow{dS}$

للحصول على التدفق للحقل عبر كامل السطح نأخذ التكامل التالي:

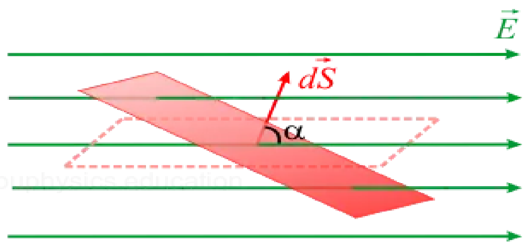
$$\Phi = \int_s d\Phi = \int_s \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dS}$$

$$= \int_s E.dS.cos\theta$$

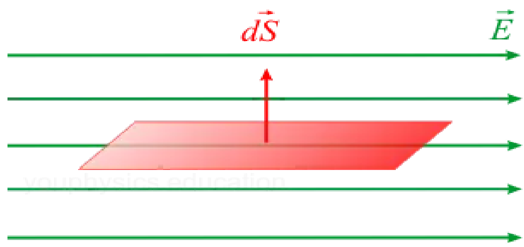
التدفق هو كمية تقاس بعدد خطوط الحقل التي تخترق سطحا محددا.

وحدة التدفق هي (V.m).

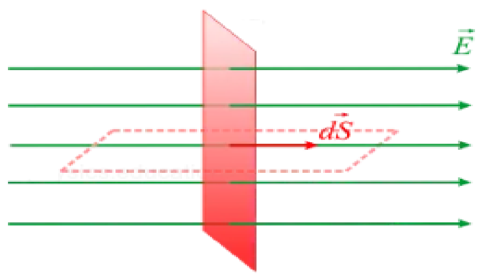
الزاوية بين شعاع الحقل و عنصر السطح يمكن أن تكون حادة أو قائمة أو منفرجة، أي أن التدفق يمكن أن يكون موجبا أو سالبا أو معدوما.



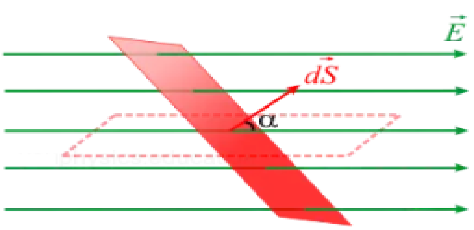
بعض خطوط الحقل تخترق السطح



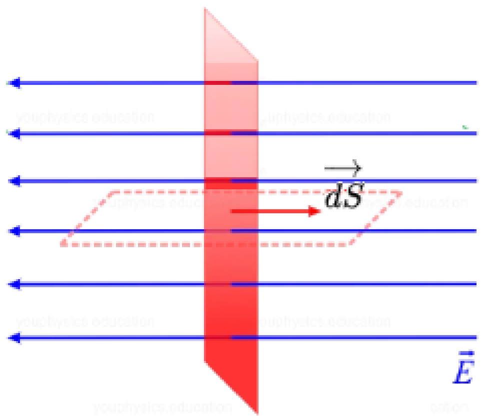
لا يوجد خطوط حقل تخترق السطح (التدفق معدوم)



عدد الخطوط المخترقة للسطح أكبر ما يمكن عندما تكون الزاوية بين شعاع الحقل والسطح معدومة (التدفق أعظمي)



يتزايد عدد خطوط الحقل المخترقة للسطح بتغيير زاوية الميلان



حالة التدفق أعظمي بالاشارة السالبة

في حالة السطح المغلق نكتب عبارة التدفق كما يلي:

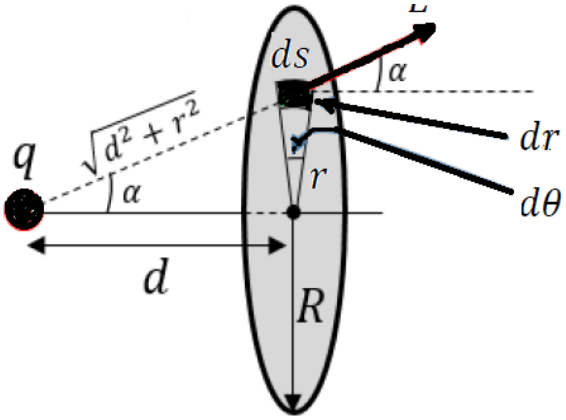
$$\Phi = \oint_S \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dS}$$

مثال: نعتبر شحنة نقطية $q = 6\ \mu\text{C}$ موجودة في محور قرص نصف قطره $R = 4cm$ تقع على بعد $d = 3cm$ من مركزه. المطلوب: احسب تدفق الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة النقطية عبر سطح القرص.

الإجابة:

يحسب تدفق الحقل الكهربائي Φ الناتج عن الشحنة النقطية q عبر سطح القرص كالآتي:

$$\Phi = \iint_S \vec{E}\ d\vec{s} = \iint_S E\ ds\ cos\alpha$$



حيث، كما هو موضح في الشكل، E يمثل الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة النقطية q ، و ds تمثل المساحة العنصرية للقرص، و α تمثل الزاوية بين شعاع الحقل الكهربائي و محور القرص:

$$E = K\frac{q}{d^2 + r^2}$$

$$ds = r\ dr\ d\theta$$

$$cos\alpha = \frac{d}{\sqrt{d^2 + r^2}}$$

بالتعويض في عبارة تدفق الحقل الكهربائي Φ نجد:

$$\Phi = K\ q\ d\int_0^R \frac{r}{(d^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} dr \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$= 2\pi\ K\ q\ \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + R^2}}\right)$$

و منه نجد:(تطبيق عددي)

$$\Phi \approx 1.36 \cdot 10^5\ \frac{N\ m^2}{C}$$

3. نظرية غوص:

تعبر نظرية غوص بشكل موجز عن العلاقة الكائنة بين التدفق الكهربائي عبر سطح مغلق و الشحنة الصرفة التي يضمها هذا السطح. وتنص على أن " تدفق الحقل الكهربائي عبر سطح مغلق يساوي المجموع الجبري للشحنات التي يحتويها هذا السطح، مقسوما على السماحية".

و تكتب:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sum Q_{in}}{\varepsilon_0}$$

يسمى S سطح غوص. ε_0 هي نفادية الفراغ $\varepsilon_0 \simeq 8.85 \times 10^{-12} C^2/N.m^2$

- توظف نظرية غوص لحساب شدة الحقل الكهربائي إذا اتسم توزيع الشحنات بالتناظر الكافي.
- سطح غوص هو سطح وهمي مغلق يشمل النقطة التي يراد حساب الحقل عندها، يختار بشكل مناسب يكفل إنجاز التكامل عليه بسهولة.
- وبالضبط هو ذلك السطح الذي يتحقق فيه ما يلي:

- شدة الحقل ثابتة على امتداده (أو على بعض أجزائه). وهذا يقتضي دراسة خاصية الثبات.
- الجداء السلمي $\overrightarrow{E}.\overrightarrow{dS}$ يكون معلوما (وعادة نختار $\overrightarrow{E}//\overrightarrow{dS}$). وهذا يقتضي دراسة خاصية التناظر.

ملاحظة: عموما إن اختيار هذا السطح لا يخرج عن أحد الشكلين: إما أسطوانة مغلقة للتوزيعات المتناظرة بالنسبة إلى محور، أو كرة بالنسبة للتوزيعات المتناظرة بالنسبة إلى نقطة.

4. تطبيقات:

مثال -1-

ناقل مستقيم طوله لانهائي يحمل شحنة موزعة بانتظام بكثافة خطية λ موجبة. أوجد عبارة الحقل الكهربائي الناشئ عند نقطة M تبعد بالمسافة a منه.

الإجابة:

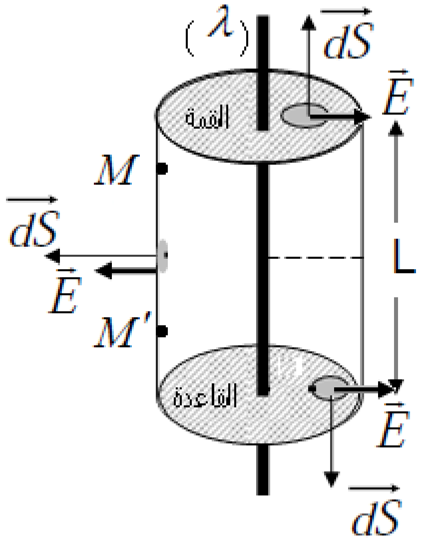
بمأن السلك طويل جداً(لا نهائي)، فإن الحقل في النقطة M سيكون عمودياً على السلك، وكذلك النقطة 'M سيكون لها نفس الحقل.

لذا فإننا سنختار سطح غاوس كما بالشكل، أسطوانة محورها المستقيم المشحون، و ارتفاعها L و نصف قطرها a.

جميع نقاط السطح الجانبي لأسطوانة غوص ستكون لها نفس قيمة الحقل.

$$\Phi_S(\vec{E}) = \oint_S \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS} = \underbrace{\int_{S_1}}_{\text{الجانب}} \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS} + \underbrace{\int_{S_2}}_{\text{القاعدة}} \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS} + \underbrace{\int_{S_3}}_{\text{القمة}} \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS}$$

$$\underbrace{\int_{S_2}}_{\text{القاعدة}} \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS} = \underbrace{\int_{S_3}}_{\text{القمة}} \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS} = 0 \quad \left(\vec{E} \perp \overrightarrow{dS}\right)$$



$$\underbrace{\int_{S_1}}_{\text{الجانب}} \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS} = E\,S_1 = E\,2\pi a L$$

ومن جهة أخرى

$$\Phi_S = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{\substack{\text{داخل}\\ \text{الأسطوانة}}} q_i = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

$$E\,2\pi a L = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0} \longrightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi a \varepsilon_0}}$$

مثال -2-

لتكن لدينا كرة مركزها O و نصف قطرها R مشحونة حجميا بانتظام و لتكن ϱ كثافة شحنتها الحجمية موجبة و ثابتة.

باستعمال نظرية غوص أوجد عبارة الحقل الكهربائي في المنطقتين $R\geq r$ و $R\leq r$.

الإجابة:

نختار سطح غوص بشكل كرة متمركزة مع الكرة المشحونة و واقعة خارجها.

وعلى ضوء ذلك نكتب:

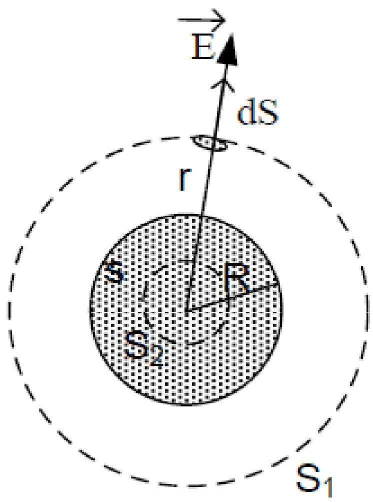
$$\Phi_S\left(\vec{E}\right)=\oint_S \vec{E}\cdot\overrightarrow{dS}=E(r)\,S_r=4\pi\,r^2E(r)$$

ومن جهة أخرى

$$\Phi_S=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{\substack{\text{داخل}\\ S}}q_i$$

إذن:

$$4\pi\,r^2E(r)=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{\substack{\text{داخل}\\ S}}q_i$$



المنطقة $R\geq r$: في هذه المنطقة لدينا:

$$\sum_{\substack{\text{داخل} \\ S}} q_i = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} \longrightarrow E(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r$$

المنطقة $R\leq r$: لدينا

$$\sum_{\substack{\text{داخل} \\ S}} q_i = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0} \longrightarrow E(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0} \frac{1}{r^2}$$

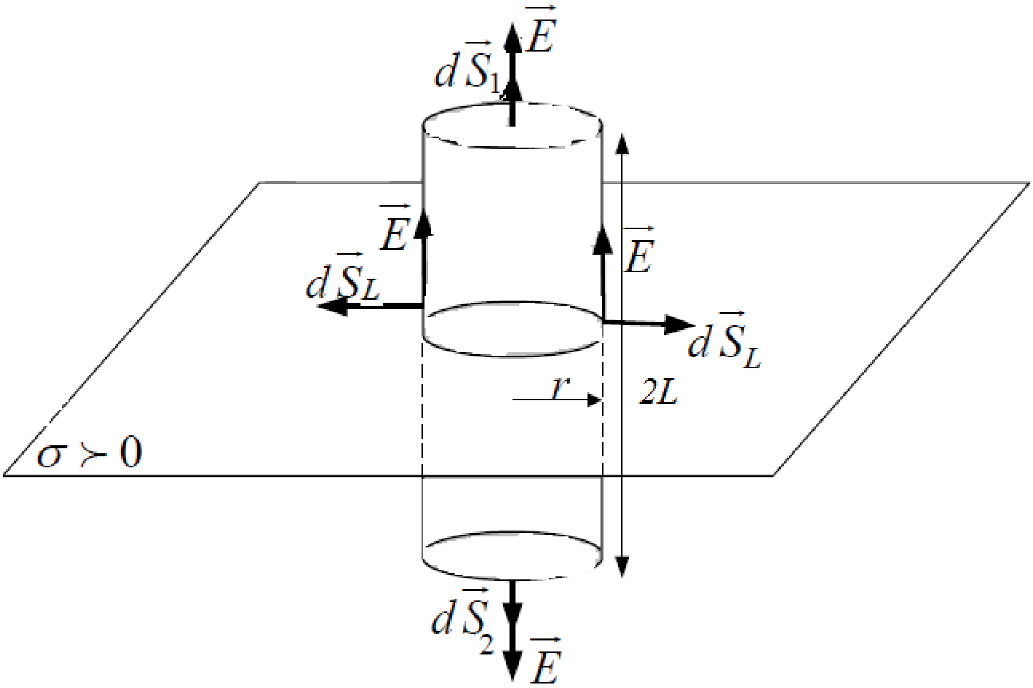
مثال -3-

سطح مستوي لانهائي الأبعاد يحمل شحنة موجبة موضوعة بصورة متجانسة بكثافة سطحية قدرها σ.

المطلوب حساب الحقل الكهربائي عند نقطة M تبعد مسافة L عن السطح.

الإجابة:

سطح غوص الاختياري هو أسطوانة مغلقة قاعدتها A تشمل النقطة M وطولها 2L توضع بحيث يكون محورها عمودياً على المستوي -كما بالشكل- لأن خطوط الحقل ناظمية على المستوي وخارجة منه.



$$\Phi_S(\vec{E}) = \oint_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS}$$

نقسم سطح الأسطوانة إلى ثلاثة أقسام: السطح القاعدي $\vec{S}_1$ ، السطح القاعدي $\vec{S}_2$ و السطح الجانبي $\vec{S}_L$.

التدفق عبر السطح القاعدي $\vec{S}_1$. $\Phi_1 = E.S_1$

التدفق عبر السطح القاعدي $\vec{S}_2$. $\Phi_2 = E.S_2$

التدفق عبر السطح الجانبي معدوم لأن: $\left(d\vec{S} \perp d\vec{E}\right)$

وعليه يكون:

$$\Phi_S(\vec{E}) = E.S_1 + E.S_2 = 2E.\mathrm{A}$$

ومن جهة أخرى:

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma.\mathrm{A}}{\varepsilon_0}$$

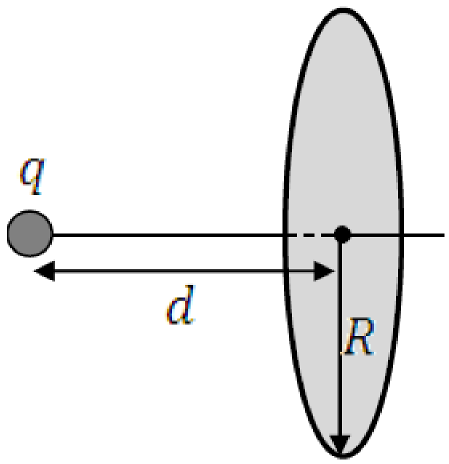
ومنه:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

نلاحظ أن الحقل منتظم (ثابت) لا يتعلق ببعد النقطة عن السطح المستوي.

5. تمارين

التمرين الأول:



نعتبر شحنة نقطية q موجودة في محور قرص نصف قطره R على بعد d يساوي 3cm من مركز القرص. المطلوب هو حساب نصف قطر القرص الذي من أجله يكون تدفق الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة النقطية عبر سطح القرص يساوي $\frac{q}{4\varepsilon_0}$

التمرين الثاني:

كرة مركزها O ونصف قطرها a مشحونه بشحنه كثافتها الحجمية ρ ثابتة وموجبه موجودة داخل كرة أخرى مركزها O ونصف قطرها b مشحونة بشحنة كثافتها السطحية σ ثابتة وموجبه.

1. احسب الحقل والكمون الكهربائيين في المناطق $r<a$ و $a<r<b$ و $r>b$.
2. ارسم دالتي الحقل والكمون بدلالة البعد r.

التمرين الثالث:

نعتبر اسطوانة طويله للغايه نصف قطرها R مشحونة حجميا بانتظام ولتكن $\rho>0$ الكثافة الحجمية للشحنات. 1. باستعمال نظرية غوص عين شدة الحقل الكهربائي $E(r)$ في المنطقتين $r<R$ و $r>R$. 2. الكمون الكهربائي $V(r)$ داخل وخارج الاسطوانه بأخذ الشرط الحدي التالي $V=0$ من أجل $r=0$ 3. في هذا السؤال نعتبر أن الكثافة الحجمية للشحنات $\rho=\rho_0\left(\frac{r}{R}\right)$ حيث ρ_0 ثابت. عين عندئذ شدة الحقل الكهربائي في المنطقة $r<R$.

الفصل 3

النواقل المتوازنة

الفصل الثاني: النواقل المتوازنة

1- تعريف النواقل المتوازنة

الناقل الكهربائي هو كل جسم يمكن لحاملات الشحنة أن تنتقل بداخله بحرية. ونقول عن ناقل أنه في حالة توازن كهرو ساكن إذا كانت كل الشحنات المتواجدة بداخله ساكنة (محصلة القوى الكهرو ساكنه المطبقة على كل شحنة q معدومة)

2- خواص الناقل المتوازن:

- **الحقل داخل الناقل المتزن معدوم**

بما ان الشحنات داخل الناقل المتزن ساكنة فهي لا تخضع لأية قوة وهذا يعني أن الحقل الكهرو ساكن داخل الناقل المتزن معدوم

$$\vec{F} = Q\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$$

- **الشحنة Q داخل الناقل المتزن معدومة**

وهذا انطلاقا من نظرية غوص حيث:

$$\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \int_{S_G} \vec{E}\,\overrightarrow{ds} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = 0$$

$$\Rightarrow \quad Q_{int} = 0$$

حيث S_G يمكن أن يكون أي سطح داخل الناقل

وعليه يتم توزيع شحنة الناقل Q على السطح لأنه لا يمكن أن تكون في الداخل.

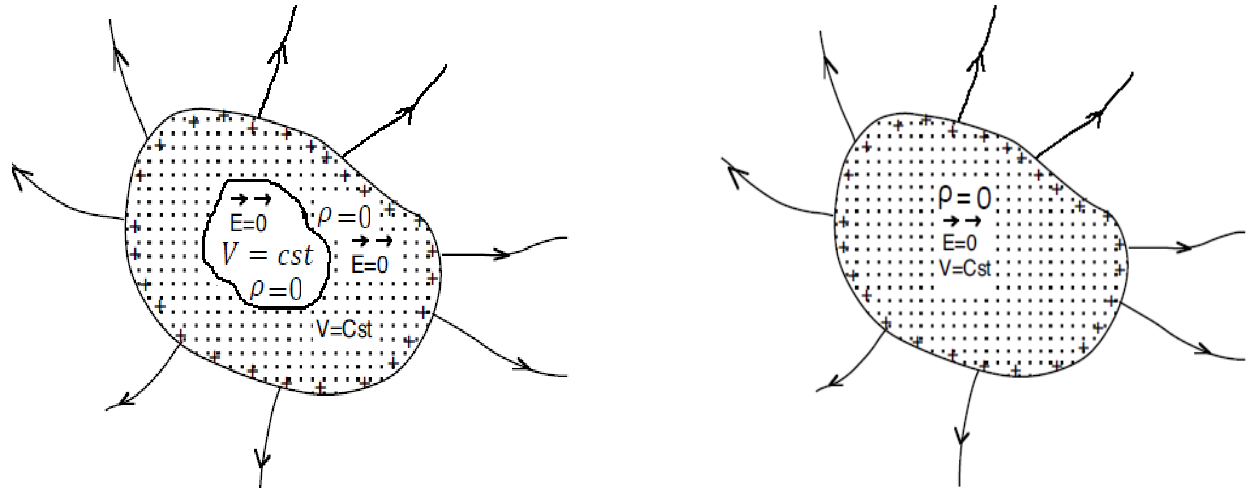
- **الكمون ثابت في كل نقطة من الناقل**

$$dV = -\,\vec{E}\,\overrightarrow{dl} = 0 \quad \Rightarrow \quad V = C$$

يشكل الناقل حجما لتساوي الكمون والسطح الخارجي للناقل هو سطح تساوي الكمون

- **يتعامد شعاع الحقل الكهربائي مع سطح الناقل المتزن**

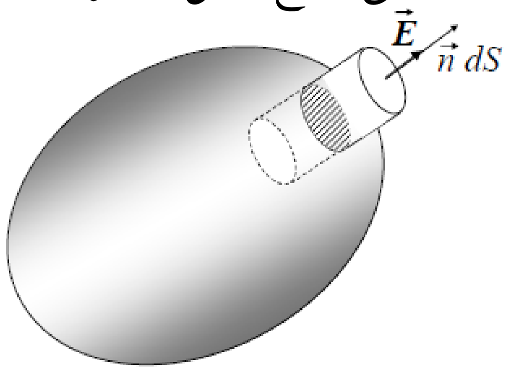
بما ان سطح الناقل يمثل سطح تساوي الكمون فإن شعاع الحقل الكهربائي يتعامد مع سطح الناقل المتوازن أي يكون ناظميا على سطحه الخارجي



الخواص السابقة للناقل تبقى صحيحة من أجل ناقل مجوف، حيث الحقل معدوم في الناقل و في التجويف الذي يشكل حجم تساوي الكمون ويتم توزيع شحنة الناقل Q على السطح بكثافة سطحية S موزعة على سمك مكون من بضع طبقات من الذرات.

3- الحقل الكهربائي بالجوار المباشر لناقل متوازن:

عبارته يمكن ايجادها باستعمال نظرية غوص حيث نختار سطح غوص اسطوانة مغلقة متناهية الصغر نصفها خارج الناقل ونصفها الآخر داخله بحيث يكون محورها ناظميا على سطح الناقل كما هو مبين في الشكل



يكون التدفق عبر السطح الجانبي للأسطوانة

معدوما لأن $\vec{E} \perp \vec{dS}$

وكذلك عبر السطح الداخلي لأن الحقل داخل الناقل معدوم.

و بتطبيق نظرية غوص نجد :

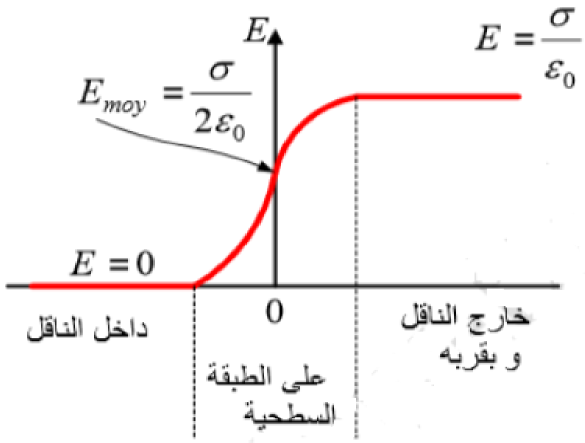
$$E.S = \frac{\sigma.S}{\varepsilon_0}$$

حيث σ هي الكثافة السطحية المحلية للشحنة يعطى الحقل الكهرو ساكن بالجوار المباشر للناقل بالعبارات التالية:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\vec{n}$$

حيث $\vec{n}$ هو شعاع الوحدة الناظمي عند كل نقطة على سطح الناقل والمتجه نحو الخارج.
المعادلة السابقة تعطي العلاقة بين الحقل الكهربائي في نقطة M خارج الناقل بالجوار المباشر منه، بينما الحقل داخل الناقل المعدوم. أما شدة الحقل على السطح مباشرة فهي متوسط الحقلين الداخلي $E_{\text{int}} = 0$ والخارجي E_V أي:

$$E_{moy} = \frac{E_{\text{int}} + E_V}{2} = \frac{0 + E_V}{2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



تغير الحقل الكهربائي عند عبور سطح الناقل

4- الضغط الكهرو ساكن:

تخضع كل شحنة من سطح الناقل لقوة طرد تطبقها الشحنات الأخرى التي تكون من نفس الطبيعة مما يولد الضغط الكهروستاتيكي أو القوة الكهروستاتيكية المطبقة على وحدة السطح. ولحساب الضغط الكهروستاتيكي نحسب أولا القوة $d\vec{F}$ المطبقة على شحنة عنصرية dq محتواة في سطح عنصري dS

فانطلاقا من عبارة الحقل المتوسط داخل الطبقة السطحية للناقل لدينا:

$$d\vec{F} = dq \cdot \vec{E}_m = \sigma dS \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\vec{n} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} \cdot dS\ \vec{n}$$

تتجه القوة المطبقة على السطح نحو خارج الناقل مهما كانت طبيعة الكثافة المحلية σ

يعطي الضغط الكهروستاتيكي عند أي نقطة من سطح ناقل بالعبارة:

$$P = \frac{dF}{dS} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

ملاحظة: يتعلق الضغط ستاتيكي فقط بالكثافة السطحية المحلية لشحنه الناقل.

5- قدرة السطوح الحادة:

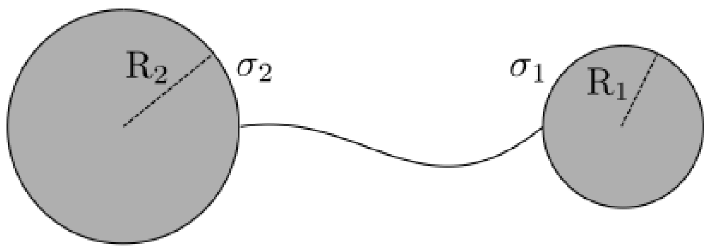
بصفة عامة، لا تكون شحنة الناقل موزعة بانتظام على سطحه ولكنها تميل الى التكثف على السطوح التي يكون نصف قطر انحنائها صغيرا (السطوح الحادة أو المدببة). تكون الكثافة المحلية على السطوح الحادة كبيرة ويكون الحقل الكهروستاتيكي الناتج بجوارها شديدا.

لتوضيح قدرة السطوح الحادة نقترح التطبيق التالي:

نحضر كرتين ناقلتين نصفي قطريهما R_1 و R_2 ونبعدهما عن بعضهما البعض بحيث لا يكون التأثير الكهربائي بينهما ممكنا ثم نصلهما ببعضهما البعض بواسطة سلك ناقل كما في الشكل لتشكل

الكرتان مع السلك بعد التوازن ناقلا واحدا كمونه ثابت V. المطلوب قارن بين كثافتي شحنتي الكرتين بعد التوازن الكهروستاتيكي وماذا تستنتج؟

نفرض أن الكرتين تكتسبان بعد التوصيل شحنتين جديدتين Q_1' و Q_2'.



باستعمال عبارة كمون كرة ناقلة وباعتبار أن الكرتين تشكلان مع السلك بعد التوازن ناقلا واحدا متساوي الكمون فان:

$$\frac{KQ_1'}{R_1} = \frac{KQ_2'}{R_2}$$

بما ان توزيع الشحنة في ناقل المتوازن يكون سطحيا وباعتباره منتظما بانتظام السطح فإن:

$$Q_2' = \sigma_2(4\pi R_2^2) \text{ و } Q_1' = \sigma_1(4\pi R_1^2)$$

بتعويض عبارتي الشحنتين في المعادلة نصل الى العلاقة التي تربط كثافتي توزيع الشحنة في الكرتين حيث:

$$\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2 \Rightarrow \sigma_1 = \frac{R_2}{R_1}\sigma_2$$

اذا فرضنا ان: $R_1 < R_2$ فاننا نجد: $\sigma_1 > \sigma_2$

نتيجة: تميل شحنة الناقل أكثر إلى التراكم على السطوح التي يكون نصف قطر انحنائها صغيرا وتسمى الظاهرة قدرة السطوح الحادة. إن هذه النتيجة مهمة جدا في العديد من التقنيات التكنولوجية مثلا: عمليات تفريغ الهواء كواقيات الصواعق ذات الرؤوس الحادة، وأيضا في الأطراف المعدنية الحادة المشدودة بأجنحة الطائرات.

6- السعة الكهربائية الذاتية لناقل: يتناسب الكمون الكهربائي طرديا مع الشحنة الكهربائية التي تنشئه وبصفة عامة تعطى شحنة ناقل المعزول بدلالة كمونه بالعلاقة التالية:

$$Q= C.V$$

حيث يسمى ثابت التناسب C السعة الذاتية للناقل وهي مقدار يتعلق فقط بشكله.

وحدات قياس السعة الكهربائية:

تقاس السعة الكهربائية في النظام الدولي بالفراد (Farad) ورمزه (F) ويعرف على أنه سعة ناقل شحنته 1C وكمونه 1V.

يعتبر الفراد سعة كبيرة جدا وتستعمل عادة أجزاؤه وهي:

ميكروفراد: $1\mu F = 1 \times 10^{-6} F$

نانوفراد: $1nF = 1 \times 10^{-9} F$

بيكوفراد: $1pF = 1 \times 10^{-12} F$

مثال: حساب السعة الذاتية لكرة ناقلة ومعزولة

لتكن كرة ناقلة نصف قطرها R ومشحونة بشحنة Q أي:

$$V = \frac{kq}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \Rightarrow C = \frac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

نلاحظ من خلال هذا المثال أن سعة هذا الناقل تتعلق فقط بنصف قطر الناقل الكروي، أي بالشكل الهندسي فقط كما سبق الذكر.

7- الطاقة الداخلية لناقل مشحون ومعزول:

هي عبارة عن العمل اللازم بذله لشحن الناقل وهي أيضا تمثل عمل القوى الكهرساكنة أثناء تفريغ الناقل: لدينا ابتداء من الطاقة الكامنة العنصرية:

$$dE_P = Vdq \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{array}{l} E_P = \int_0^Q V\,dq \\ V = \dfrac{q}{C} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad E_P = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

يمكن ايضا تعبير عن الطاقة الكامنة كما يلي:

$$E_P = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}qV$$

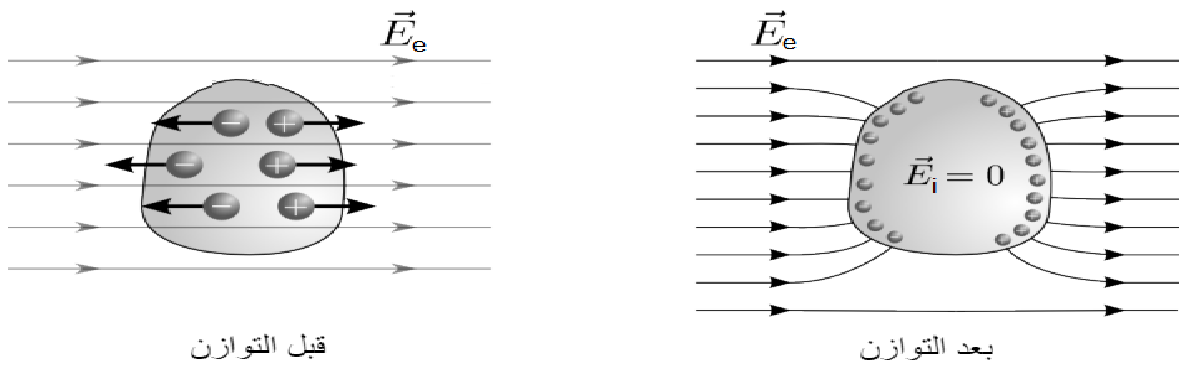
8 . التأثير المتبادل بين النواقل:

8 . 1. استقطاب ناقل في وجود حقل كهرو ساكن خارجي:

عند وضع ناقل في حقل كهرو ساكن خارجي تتحرك الشحنات الحرة نتيجة للقوة الكهربائية وتتجمع في جهة من سطح الناقل وتظهر شحنات معاكسة لها على الجهة المقابلة (تتحرك الشحنات الموجبة في جهة الحقل، والشحنات السالبة في الجهة المعاكسة). يحدث استقطاب للناقل، مما يؤدي إلى نشوء حقل كهرو ساكن داخلي $\vec{E}_i$ يكون معاكسا للحقل الخارجي $\vec{E}_e$. ويتزايد نقل الشحنات حتى نصل إلى حالة التوازن عندما يصبح الحقل الكلي داخل الناقل معدوما

$$\vec{E}_{ti} = \vec{E}_i + \vec{E}_e = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_i = -\vec{E}_e$$

يبقى المجموع الجبري للشحنات ثابتا مساويا مقدار الشحنة التي كان يمتلكها الناقل قبل التأثير لذا فالذي تغير هو توزيع الشحنات فقط حيث يكل طرفاه قطبين (+) و (-). ويتغير تبعا لذلك الكمون نتيجة للتوزيع الجديد.



بعد حدوث التوازن الجديد يكون للناقل نفس خصائص الناقل المتوازن.

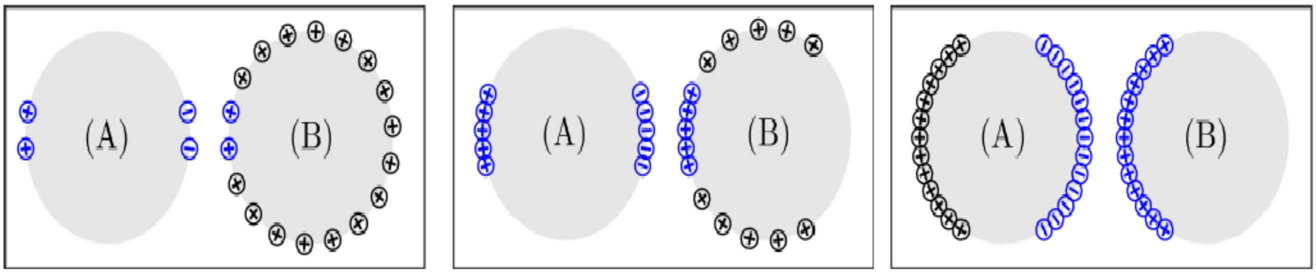
8 . 2 . التأثير المتبادل بين ناقلين:

◄التأثير الجزئي:

ندرس سلوك ناقل A (متعادل مثلا) عندما يوضع بجوار ناقل آخر B مشحون (موجب مثلا):

- في البداية، يؤثر الناقل المشحون على الشحنات الحرة للناقل المتعادل فتظهر على طرف الناقل A المقابل للناقل B شحنات سالبة (معاكسة لطبيعة شحنة الناقل B) وتظهر على طرفه الآخر شحنات موجبة (من نفس طبيعة شحنة الناقل B) وتسمى هذه المرحلة بداية تأثيرB على A.
- تؤثر الشحنات الجديدة التي تظهر على طرف الناقل A بدورها على الناقل B فتزداد كثافة الشحنة الموجبة على طرفه المقابل للناقل A وتسمى هذه الظاهرة بالتأثير الرجعي للناقل A على الناقل B.

- تستمر حركة الشحنات في الناقلين نتيجة التأثير والتأثير الرجعي بينهما إلى أن يتحقق التوازن الكهرو ساكن للجملة عندما يصبح الحقل الكهربائي داخل كل من الناقلين معدوما وتسمى هذه الظاهرة بالتأثيرالجزئي المتبادل بين الناقلين لأن جزءا فقط من شحنتيهما يكون متفاعلا وتكون شحنتا الطرفين المتقابلين للناقلين من طبيعتين مختلفتين.



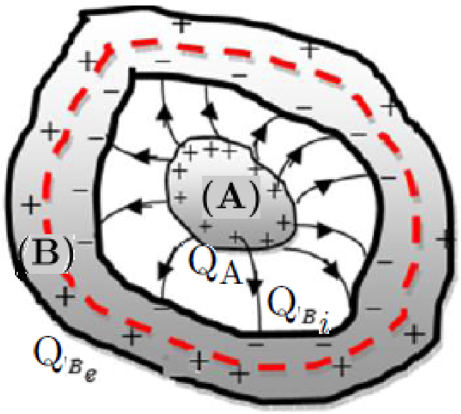
الشكل -أ- الشكل -ب- الشكل - جـ -

إن التأثير الموصوف سابقا يدعى جزئيا حيث تصل فقط بعض خطوط الحقل الصادرة عن B إلى الناقل A.

إذا وصل الناقل A بالأرض فإن شحناته الموجبة ستتسرب إليها ويشكل معها ناقلا وحيدا كمونه معدوم V=0.

◄ التأثير الكلي:

يكون التأثير المتبادل كليا إذا كانت كل الخطوط الصادرة عن الناقل الأول تصل الى الناقل الثاني، ولا يتحقق ذلك إلا إذا كان الناقل الثاني يحيط تماما بالناقل الأول كما هو مبين بالشكل.



ينشئ الناقل A المشحون بشحنة Q_A حقلا كهربائيا يؤثر في الناقل B فتتحرض على وجهيه شحنات $Q_{B\,i}$ على وجهه الداخلي و $Q_{B\,e}$ على وجهه الخارجي.

باستخدام نظرية غوص على سطح داخل الناقل B:

$$E = 0 \Rightarrow q_{int} = Q_A + Q_i = 0 \Rightarrow Q_i = -Q_A$$

وتحسب شحنة السطح الخارجي بتطبيق مبدأ انحفاظ الشحنة للجملة أو للناقل الأجوف كالتالي:

$$Q_B = Q_i + Q_e \Rightarrow Q_e = Q_B - Q_i = Q_B + Q_A$$

- ❖ لا يحدث التفاعل الكلي إلا إذا كان الناقل الداخلي A مشحونا.
- ❖ إذا كان الناقل الأجوف B متعادلا $(Q_B = 0)$ تكون شحنة سطحه الخارجي

$$Q_e = -Q_i = Q_A$$

- ❖ بعد تحقق التوازن الكهروساكن للناقلين يكون لكل منهما نفس خصائص الناقل المعزول إلا أن شحنة الناقل الأجوف تكون موزعة على سطحه الداخلي والخارجي.

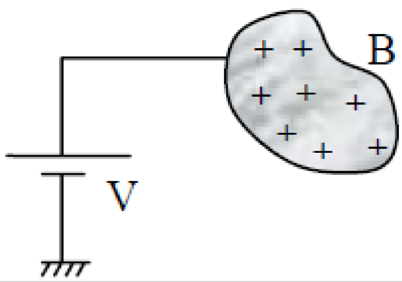
المكثفات

1. مقدمة

سبق وأن عرفنا سعة الناقل المتوازن الوحيد بأنها نسبة شحنته Q إلى كمونه V

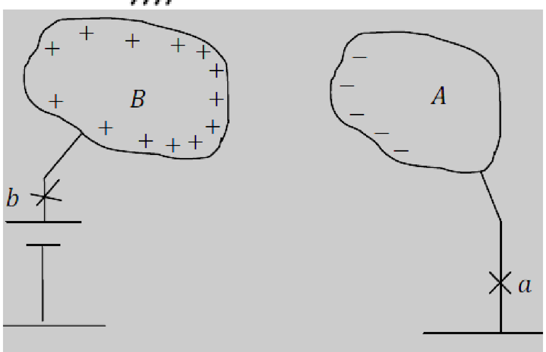
$$C = \frac{Q}{V}$$

غير أن سعة الناقل تتغير بتأثره بنواقل أخرى تبعا لتغير كمونه أو شحنته، فإذا كان محمولا على كمون معين تغيرت شحنته، وإذا كان معزولا في البداية(شحنة ثابتة) تغير كمونه وتغير توزيع الشحنة عليه.

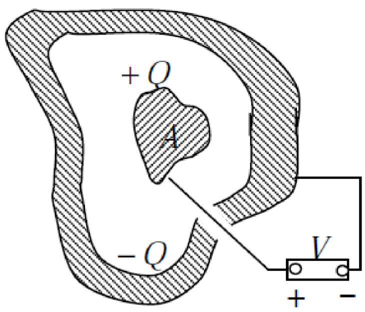


الناقل B محمو تحت تأثير كمون ثابت

$V > 0$ فهو يحمل شحنة كهربائية $Q = CV$



نقرب B من الناقل ناقلا آخر A محمول تحت تأثير كمون معدوم، سوف يحمل شحنات أكثر مما لو كان منفردا، فقد حصل تكثيف للناقل B ازدادت سعته.

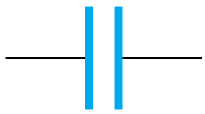


إن تطبيق فرق كمون V بين الناقلين، في وجود وسط عازل بينهما، يؤدي إلى ظهور شحنة $(+ \ Q)$على أحدهما A وشحنة$(- \ Q)$على السطح الداخلي للآخر بسبب التأثير الكلي بينهما.

تشكل الجملة المكونة من الناقلين A وB المكثفة.

المكثفة كما يدل اسمها هي جهاز لتخزين الشحنات الكهربائية .وتتكون من ناقلين يحيط أحدهما بالآخر، و يدعيان "لبوسا المكثفة" واقعين في حالة تأثير كلي فيما بينهما، يفصلهما وسط عازل.

نرمز لها في الدارات الكهربائية بالرمز:



Capacitor symbol

المكثفة هي مركب إلكتروني له خاصية تخزين الطاقة الكهربائية عندما يوضع تحت تأثير كمون كهربائي. تشحن المكثفة بكمية من الكهرباء Q عندما توضع تحت تأثير توتر كهربائي وهذه الكمية من الكهرباء تتعلق بالكمون ومدة الشحن. يتم استرجاع الطاقة المخزنة عند تفريغ المكثفة.
هناك العديد من أنواع المكثفات التي تختلف وفقًا لطبيعة النواقل الموصلة والعازل بينهما (الهواء والسيراميك والميكا...).

2. سعة المكثفة:

نعرف سعة المكثفة على أنها نسبة شحنة أحد اللبوسين بالقيمة المطلقة إلى فرق الكمون V بينهما:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{V}$$

تقاس السعة بوحدة الفاراد(F)

$$1F = \frac{Coulomb}{Volt} = \frac{Coulomb^2}{joule}$$

وأكثر قيمها تداولا في التطبيقات العملية تكون من رتبة μF أو nF.

كيفية حساب سعة المكثفة

1. حساب الحقل الكهربائي في كل نقطة داخل المكثفة (بين اللبوسين)
2. استنتاج فرق الكمون بين اللبوسين باستعمال العلاقة $\vec{E} = -\,\overrightarrow{grad}V$

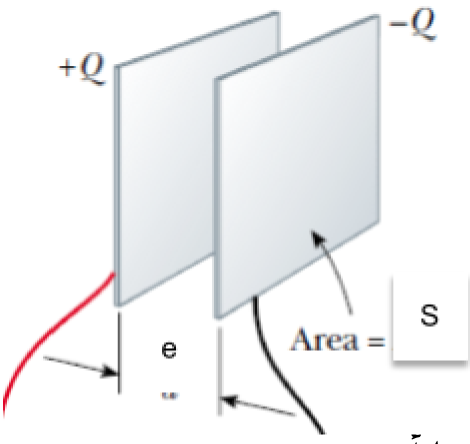
3. إيجاد النسبة $C = \frac{Q}{V}$

1. حساب سعة مكثفة مستوية

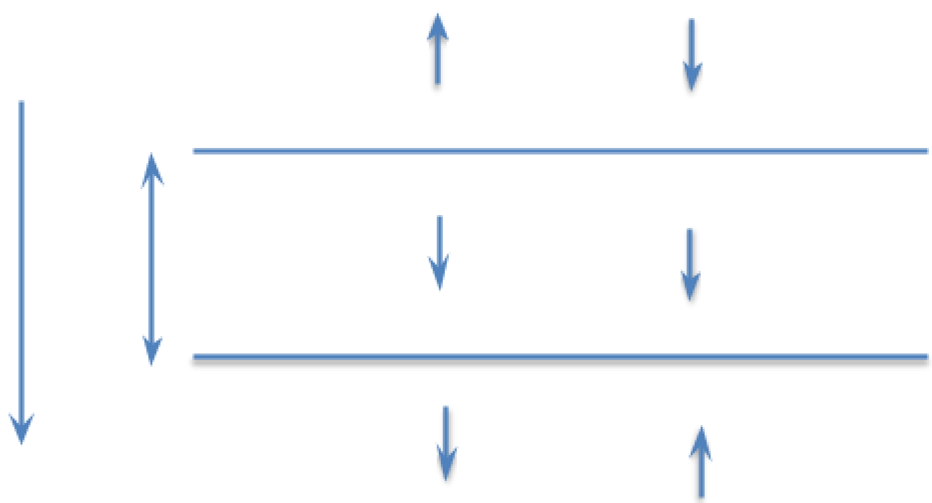
احسب سعة مكثفة مستوية الشكل مساحة كل من اللبوسين S والبعد بينهما e

سبق وأن عرفنا بأن الحقل الكهربائي بالنسبة لمستوى لا نهائي كثافته السطحيه σ في أي نقطة من الفضاء حوله يساوي

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



يمكن الرجوع للجزء الأول من التمرين السابع من السلسلة الثانية حيث وجدنا أن:



الحقل الكلي بين اللبوسين بتطبيق مبدأ التراكب يكون

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{i}$$

حساب فرق الكمون بين طرفي المكثفة

$$\vec{E} = -\ \vec{grad}V \rightarrow \vec{E} = -\ \frac{dV}{dx}\vec{i}$$

$$\rightarrow E = -\ \frac{dV}{dx}$$

$$\rightarrow dV = -\ \ E\,dx$$

$$\rightarrow \int_{V^+}^{V^-} dV = -\int_0^e \frac{\sigma}{\varepsilon_0}dx$$

$$\rightarrow \ V^- - V^+ = -\ \frac{\sigma}{\varepsilon_0}e$$

$$\rightarrow \ V = V^+ - V^- = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}e$$

بوضع $\sigma = \frac{Q}{S}$ يمكن كتابة

$$V = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}e$$

ومنه تكون السعة

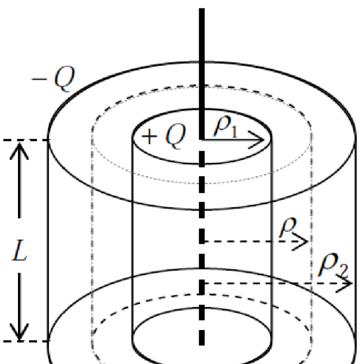
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$

يلاحظ ان سعة المكثفة تتعلق فقط بالشكل الهندسي للبوسين الممثل ب S و e وسماحية الوسط العازل بينهما والذي في حالتنا هو الفراغ ممثلا ب ε_0.

في التطبيقات العملية ، غالباً ما يتم إدخال العازل بين اللبوسين، وعادة يكون العازل خطي متجانس، تكون السعة C للمكثفة هي:

$$C = \frac{\varepsilon S}{e} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{e}$$

ε_r السماحية النسبية للعازل، ε_0: سماحية الفراغ



2. حساب سعة مكثفة اسطوانية

لحساب سعة مكثفة اسطوانية الشكل ذات انصاف اقطار على التوالي ρ_1 ، ρ_2 وارتفاعها L

نقوم اولا بحساب الحقل الكهربائي بين لبوسي المكثفة بتطبيق نظريه غوص في المنطقة حيث $\rho_1 < r < \rho_2$

نختار سطح غوص هو سطح اسطوانة نصف قطرها r

$$\oint \vec{E}\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \rightarrow E\, 2\pi r L = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow E = \frac{Q_{int}}{2\pi L \varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

الحقل الكهربائي $\vec{E}$ قطري أي يتعلق فقط ب r وله مركبه على $\vec{u}_r$ ومنه فرق الكمون بين طرفي المكثفة

$$\vec{E} = -\,\vec{grad}V \rightarrow \vec{E} = -\frac{dV}{dr}\vec{u}_r$$

$$\rightarrow E = -\frac{dV}{dr}$$

$$\rightarrow dV = -\ E\, dr$$

$$\rightarrow \int_{V^+}^{V^-} dV = -\int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{Q_{int}}{2\pi L \varepsilon_0}\frac{1}{r}\, dr$$

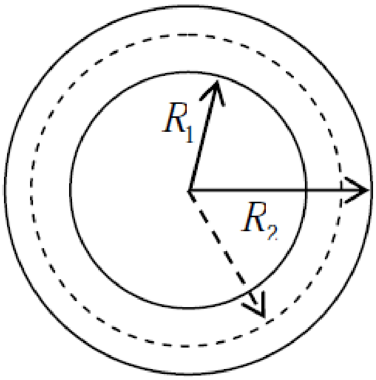
$$\rightarrow V^- - V^+ = -\frac{Q_{int}}{2\pi L \varepsilon_0} ln\frac{\rho_2}{\rho_1}$$

$$\rightarrow V = V^+ - V^- = \frac{Q_{int}}{2\pi L \varepsilon_0} ln\frac{\rho_2}{\rho_1}$$

ومنه السعة

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi L \varepsilon_0}{ln\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

يلاحظ ايضا ان سعة المكثفة الاسطوانية تتعلق فقط بالشكل الهندسي للبوسين وسماحية الوسط العازل الذي يعتبر في حالتنا الفراغ ε_0.



حساب سعة مكثفة كروية:

مكثفة كروية الشكل ذات أنصاف أقطار على التوالي R_1 ، R_2

نحسب الحقل الكهربائي بين لبوسي المكثفة بتطبيق نظرية غوص في المنطقة $R_1 < r < R_2$

نختار سطح غوص كرة نصف قطرها r

$$\oint \vec{E}\vec{dS} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow E\, 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$$

الحقل الكهربائي $\vec{E}$ قطري أي يتعلق فقط ب r وله مركبه على $\vec{u}_r$ ومنه فرق الكمون بين طرفي المكثفة

$$\vec{E} = -\,\vec{grad}V \rightarrow \vec{E} = -\frac{dV}{dr}\vec{u}_r$$

$$\rightarrow E = -\frac{dV}{dr}$$

$$\rightarrow dV = -\, E\, dr$$

$$\rightarrow \int_{V^+}^{V^-} dV = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\, dr$$

$$\rightarrow V^- - V^+ = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

$$V = V^+ - V^- = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right)$$

ومنه السعة

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

3. الطاقة الكهربائية للمكثفة

يتَم حساب الطاقة الكهربائيةَ للمكثفة بنفس الطريقَة كما في حالة النواقل إذن:

الطاقة الكهروستاتيكية لمكثفة مكونة من لبوسين يحمل احدهما الشحنة q والآخر الشحنة $-q$ وبينهما فرق كمون V هي

$$E_P = \frac{1}{2} q V = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{c}$$

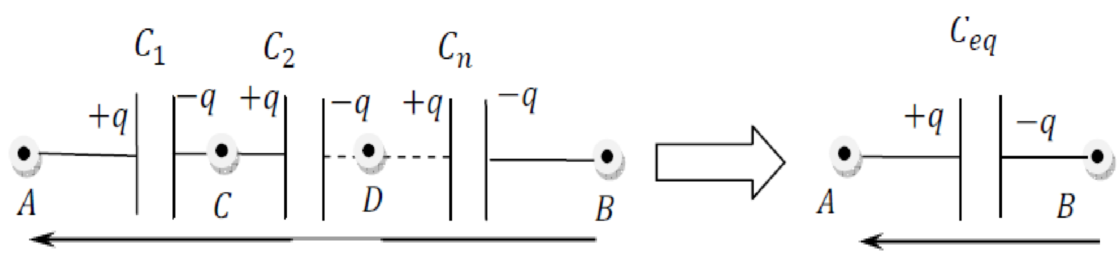
4. ضم المكثفات:

عمليا لا يمكن رفع قيمة فرق الكمون بين لبوسي مكثفة بغير حدود لأنها لا تتحمل بين لبوسيها فرقا في الكمون أعلى من قيمة حدية معينة وإلا فإنها ستتلف. (ارتفاع شدة الحقل في الوسط الفاصل بين اللبوسين يؤدي إلى تخريب المادة العازلة)، نلجأ لتخزين أكبر كمية ممكنة من الطاقة بتجميع عدة مكثفات.

تسمى مكثفة مكافئة لمجموعة من المكثفات، المكثفة الوحيدة التي يكون فرق الكمون بين لبوسيها مساويا نفس فرق الكمون بين طرفي المجموعة و كذلك تحمل شحنة مساوية لشحنة المجموعة. وتنتج أثناء التفريغ نفس الطاقة و نفس كمية الكهرباء التي تنتجها المجموعة.

الضم على التسلسل:

كل المكثفات لها نفس الشحنة .فرق الكمون بينَ طرفي كل المجموعة يسَاوي مجموع فروق الكمونات لكل المكثفات.



$$V_{AB} = V_1 + V_2 + \dots V_n = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \dots \frac{q}{C_n}$$

$$V_{AB} = \frac{q}{C_{eq}}$$

وعليه تحسب السعة المكافئة بالعلاقة

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \frac{1}{C_n}$$

أو يمكن كتابة

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{C_i}$$

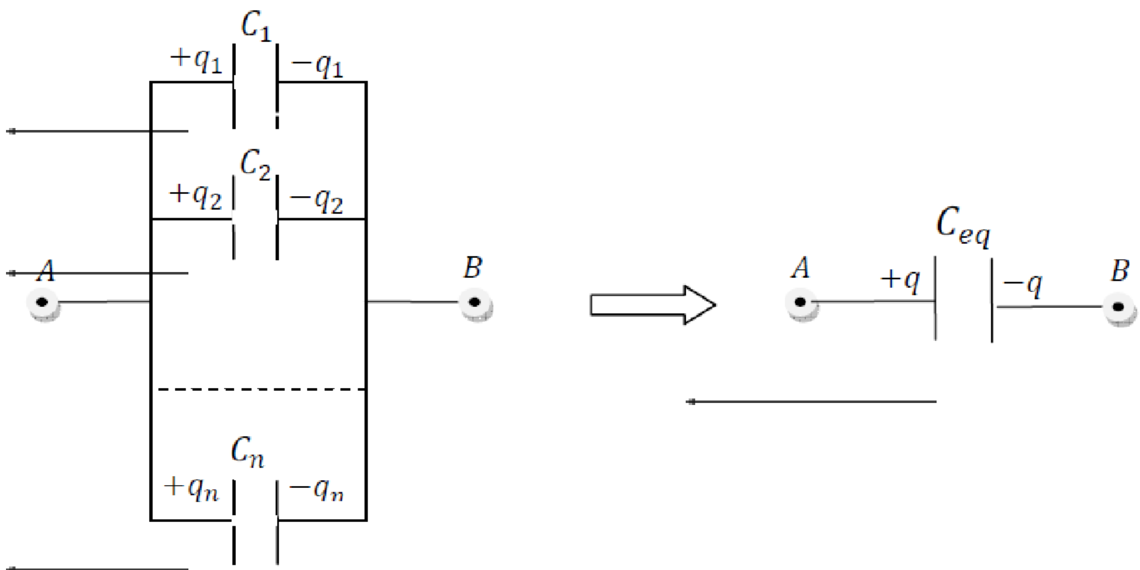
نتيجة لهذا الربط تكون سعة المكثفة المكافئة أقل من سعة كل واحدة من المكثفات مأخوذة على حدة.

في حالة جملة مكونة من n مكثفة لها سعة متماثلة موصلة على التسلسل تكون السعة المكافئة

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_0} + \dots \frac{1}{C_0} = \frac{n}{C_0} \rightarrow C_{eq} = \frac{C_0}{n}$$

فائدة الربط على التسلسل: يستَعمل هذا النوع من التوصيل عندما يكون فرق الكمون كبيرا جدا و لا يمكن لمكثفة واحدة تحمله.

الضم على التوازي (التفرع):



كل المكثفات الموصولة على التفرع لها فرق الكمون نفسه وهو فرق الكمون بين النقطتين A و B

$$V_{AB} = V_1 = V_2 = \dots = V_n = V$$

تحمل المكثفة المكافئة شحنة تساوي مجموع الشحنات التي تحملها المكثفات الموصولة على التفرع

$$q_{eq} = q_1 + q_2 + \dots q_n$$

وعليه تحسب السعة المكافئة

$$q_{eq} = q_1 + q_2 + \dots q_n \rightarrow C_{eq} V_{AB} = C_1 V_1 + C_2 V_2 + \dots C_n V_n$$

$$\rightarrow C_{eq} V = \left(C_1 + C_2 + \dots C_n\right) V$$

$$\rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots C_n$$

تكون سعة المكثفة المكافئة الناتجة عن ضم مجموعة من المكثفات على التوازي مساوية الى مجموع سعات هذه المكثفات وبالتالي فالسعة الناتجة اكبر من سعة كل مكثف مأخوذة لوحدها.

يمكن أن نكتب:

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{i=n} C_i$$

في حالة جملة مكونة من n مكثفة متماثلة لها سعة $_0$ موصلة على التفرع تكون السعة المكافئة

$$C_{eq} = nC_0$$

فائدة الربط على التفرع هو الحصول عل مكثفة ذات سعة كبيرَة جدا.

تطبيقات

2- شحنت --1 فة التي سعتها $2,5\ \mu F$ حتى أصبح فرق الكمون بين طرفيها $100\ V$، ثم فصلت عن المصدر الكهربائي، ووصل قطبيها بقطبي مكثفة أخرى سعتها $10\ \mu F$، أحسب:

أ- فرق الكمون بين طرفي المجموعة.

ب- الطاقة الكلية المخزونة فيهما.

جـ- قارن بين: الطاقة الكلية للمكثفتين وطاقة المكثفة الأولى قبل توصيلها بالمكثفة الثانية.

1- العبارة التي تعطى الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة C ، V_C: لدينا: $E_p = \frac{1}{2} Q V_C$

وبما أن: $Q = C \cdot V_C$ فإن: $E_p = \frac{1}{2} \cdot (C V_C) \cdot V_C = \frac{1}{2} C V_C^2$

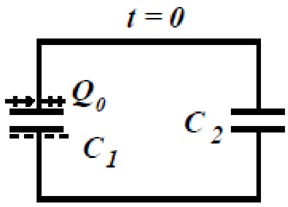
2- أ) فرق الكمون بين طرفي المجموعة :

- بعد عملية الشحن ينعدم التيار الكهربائي لتوازن النظام $(I = 0)$ وعندها يكون: $V_C = E$

والشحنة المخزنة في المكثفة C_1 هي: $Q_0 = C_1 \times V_C \quad , V_C = E$

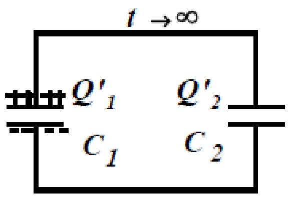
تطبيق عددي: $Q_0 = 2{,}5 \times 100 = 250\ \mu C$

- بعد عملية شحن C_1 توصل بمكثفة أخرى شحنتها في البدء معدومة:



وحسب قانون انحفاظ الشحنة $Q_0 = Q'_1 + Q'_2$

وبما أن: $V_{C_1} = V_{C_2}$ فإن: $\frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2} = \frac{Q'_1 + Q'_2}{C_1 + C_2}$



وبالتالي: $\frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} \Rightarrow Q'_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} Q_0$

$\frac{Q'_2}{C_2} = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} \Rightarrow Q'_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} Q_0$

ومنه سيكون التوتر الكهربائي بين طرفي المجموعة هو:

$$V_{C_1} = V_{C_2} = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot E = \frac{2{,}5}{10 + 2{,}5} \cdot 100 = 20\ V$$

ب- حسلب الطاقة الكلية المخزونة في كل من المكثفتين:

- طاقة المكثفة C_1: $E_{p1} = \frac{1}{2} C_1 V_{C_1}^2$
- طاقة المكثفة C_2: $E_{p2} = \frac{1}{2} C_2 V_{C_2}^2$

- وتكون طاقة المجموعة: $E_p = E_{p1} + E_{p2}$

تطبيق عددي: $E_p = E_{p1} + E_{p2} = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 20^2 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 20^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ J$

جـ- مقارنة طاقة المكثفة C_1 قبل وصلها بطاقة المجموعة:

أولا: طاقة المكثفة C_1 قبل وصلها: $E_{p0} = \frac{1}{2} C_1 V_C^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 100^2 = 0{,}0125\ J$

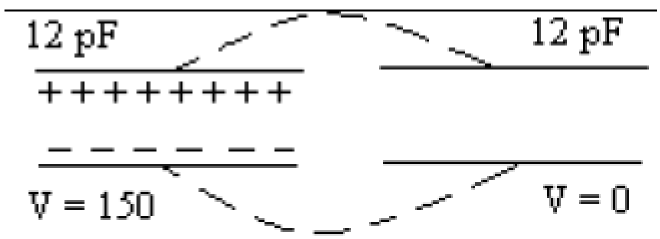
ثانيا: المقارنة $\Delta E_p = E_p - E_{p0} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} - 12{,}5 \cdot 10^{-3} = 0{,}01\ J$

إن الطاقة التي كانت مخزنة في المكثفة C_1 غير محفوظة ، هذا يعني أن جزءا منها ضاع في أسلاك التوصيل بفعل جول و الجزء الأخر وزع بين المكثفتين حسب سعة كل منهما .

6. تمارين

التمرين الأول

يوضح الشكل(أ) الحاله الابتدائيه لكل مكثفة وتمثل الخطوط المتقطعه كيفيه التوصيل بينهما. احسب شحنة كل مكثفة و فرق الكمون بين لبوسيها بعد التوصيل احسب الطاقة الداخلية للمجموعة قبل التوصيل وبعده ماذا تلاحظ:



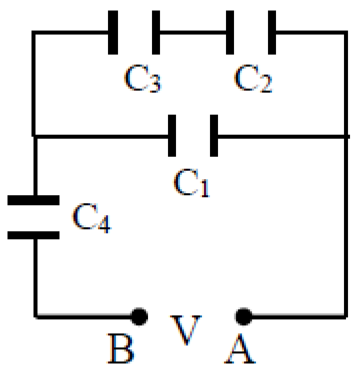
الشكل (أ)

التمرين الثاني:

يبين الشكل(ب) تركيبا لمكثفات حيث: $C1=C2=C3=60\mu F, \quad C4=36\mu F, Q2=24\mu C$

1. عين السعة المكافئة بين الطرفين A و B.
2. عين فرق كمون وشحنة كل مكثفة وفرق الكمون بين النقطتين A و B.
3. عين مجمل الطاقات الكهربائية الكامنة في المكثفات.

الشكل (ب)

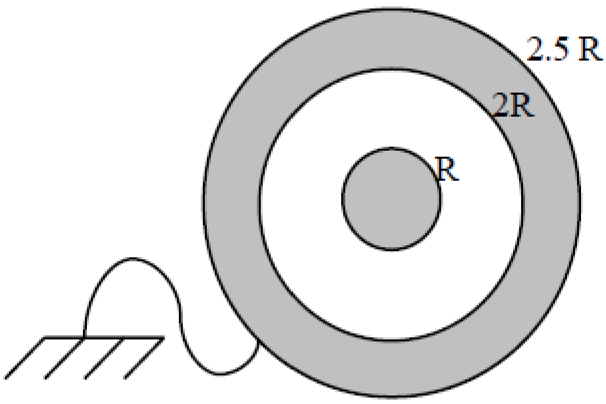


التمرين الثالث:

كرة معدنية نصف قطرها R موزعة على سطحها بانتظام الشحنة Q. نحيط هذه الكرة بقشره كروية متصلة مع الأرض نصف قطرها الداخلي 2R والخارجي 2.5R

1. احسب الحقل الكهربائي بدلالة r من أجل $r > R$
2. احسب الطاقة الكهرساكنة المحتواة بين الناقلين.

استنتج السعة الجديدة و فرق الكمون بين الناقلين.

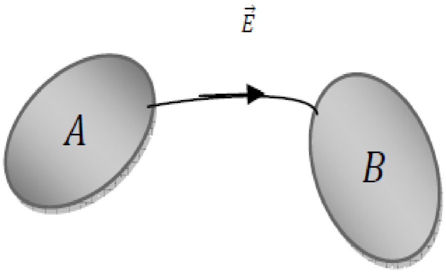


الفصل 4

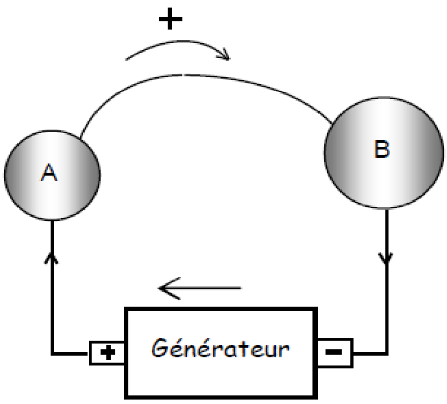
الكهرباء المتحركة

الفصل الثالث : الكهرباء المتحركة

1. التيار الكهربائي:



- عند توصيل ناقلين A و B لهما كمونين مختلفين V_A و V_B على الترتيب (بفرض $V_A > V_B$) بسلك، يتولد حقل كهربائي داخل السلك محدثا انتقالًا للشحنات من الناقل A إلى الناقل B ، فيظهر تيار كهربائي مؤقت ينتهي بمجرد وصول الناقلين إلى حالة التوازن الكهروستاتيكي (تساوي الكمونين). يسمى بالتيار اللحظي.



- للحفاظ على حالة عدم توازن دائمة بين الناقلين ينبغي تطبيق قوى خارجية تقوم بالمحافظة على فرق ثابت في الكمون. وهذا يكون باستخدام مولد جهد وعندئذ يمكن الحصول على تيار مستمر.

مولد الجهد لا يخلق الشحنات بل يقوم فقط بنقلها من B إلى A.

الاتجاه الاصطلاحي للتيار:

في الحالة العامة يوجد انتقال للشحنات الموجبة والسالبة معا. وقد اصطلح تاريخيا على أن اتجاه التيار في الناقل هو جهة انتقال الشحنات الموجبة. وبما أن هذه الأخيرة تنتقل في اتجاه الحقل، والحقل يتجه من الكمونات العالية نحو الكمونات المنخفضة، فإن اتجاه التيار يكون نحو الكمونات

المنخفضة. أي حركة الشحنات الموجبة من القطب السالب إلى القطب الموجب داخل المولد، و من القطب الموجب إلى القطب السالب خارج المولد.

شدة التيار الكهربائي:

شدة التيار الكهربائي تساوي كمية الشحنة التي تعبر المقطع S من الناقل خلال واحدة الزمن dt.

نكتب:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

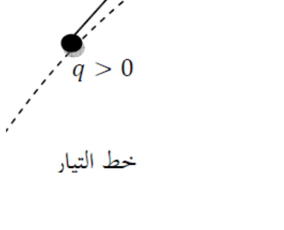
وحدة التيار في النظام الدولي SI هي: الأمبير $A = \frac{C}{S}$

الامبير هي شدة التيار المكافئ لمرور شحنة كهربائية قدرها $1C$عبر سطح S خلال مدة $1\ s$.

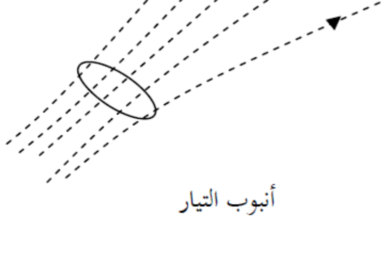
- إذا كانت النسبة $\frac{dq}{dt}$ ثابتة (مستقلة عن الزمن) سمي "تيارا مستمرا"، رمزه I
- إذا كانت النسبة $\frac{dq}{dt}$ متغيرة مع الزمن سمي "تيارا متغيرا"، رمزه $i(t)$
- وإذا غير التيار$i(t)$ جهته بصفة دورية (دالة جيبية مثلا) سمي "تيارا متناوبا".

خط التيار: هو المسار الموجه الذي ترسمه كل شحنة موجبة أثناء حركتها.

نسمي أنبوب التيار حزمة من خطوط التيار.



خط التيار



أنبوب التيار

شعاع كثافة التيار:

هو مفهوم يعبر عن التيار الكهربائي في كل نقطة من الناقل، ويترجم كيفية توزع التيار داخله، يميز بشعاع $\vec{J}$ له جهة التيارI (جهة حركة الشحنات الموجبة) ويكون مماسي لخطوط التيار، وطويلته تساوي شدة التيار التي تعبر واحدة السطح من المقطع العمودي على خط التيار.

نكتب:

$$\vec{J} = \frac{dI}{d\vec{S}}$$

dI هي شدة التيار الكهربائي المارة عبر السطح العنصري $d\vec{S}$

$\vec{J}$ هي كثافة التيار في نقطة M. يتغير مقدارا و اتجاها من نقطة إلى أخرى في الناقل.

وحدة $\vec{J}$ في النظام الدولي للوحدات هي $\frac{A}{m^2}$.

من أجل ناقل مقطعه S يكون لدينا:

$$I = \int_{s} \vec{J}.\, d\vec{S}$$

$d\vec{S}$ هو السطح العنصري الموجه للمقطع S.

نعتبر ناقلا اسطوانيا مقطعه dS، يسري خلاله تيار شدته dI، ليكن $\vec{v}$ السرعة المتوسطة للشحنات و ρ كثافتها الحجمية (عدد الشحنات q المتحركة و المحصورة داخل واحدة الحجم).

كمية الشحنة dq التي تعبر dS خلال المدة الزمنية dt هي تشغل الحجم $dV = vdtdS$

ومنه :

$$dq = \rho dV = \rho dSvdt \;\rightarrow\; dI = \frac{dq}{dt} = \rho dSv$$

$$J = \frac{dI}{dS} = \rho \mathrm{v}$$

نكتب بصفة عامة

$$\vec{J} = \frac{dI}{d\vec{S}} = \rho\vec{v}$$

فإذا كان n عدد الشحنات الحرة في واحدة الحجم وq قيمة كل شحنة حرة فإن: $\rho = nq$

عندئذ نكتب

$$\vec{J} = \frac{dI}{d\vec{S}} = nq\vec{v}$$

يتعلق شعاع كثافة التيار بالكثافة المحلية للشحنات الحرة و سرعة انتقال الشحنات.

مثال:

الكتل المولية الذرية للنحاس تساوي $63.5g/mol$ وكتلته الحجمية $8.95\ g/cm^3$

1- أحسب عدد الذرات في وحدة الحجم.

2- سلك نحاس له مساحة مقطع عرضي $3.31.10^{-6}m^2$ فإذا كان يحمل تيا راً مقداره $10A$ وبفرض أن كل ذرة نحاس تساهم بإلكترون حر واحد للتيار. أحسب كثافة التيار الكهربائي.

3- استنتج السرعة المتوسطة لحاملات الشحنة الإلكترونات داخل البلور.

الإجابة

1- حساب عدد الذرات في $1m^3$ من النحاس

$$1m^3 \rightarrow 8.95.10^6 g$$

$$63.5g \rightarrow 6.02.10^{23} Atomes$$

$$8.95.10^6 g \rightarrow n \quad Atomes$$

وعليه يكون

$$n = \frac{8.95.10^6 \times 6.02.10^{23}}{63.5} = 8.5\ .10^{28} Atomes/m^3$$

2- حساب كثافة التيار: باعتبار أن $\vec{J}//\vec{S}$

$$I = \int \vec{J}\, d\vec{S} = J.S \rightarrow J = \frac{I}{S} = \frac{10}{3.31.10^{-6}} = 3.10^{6}\frac{A}{m^{2}}$$

3- السرعة المتوسطة v

$$J = nqv \rightarrow v = \frac{J}{nq}$$

حيث: n هو عدد الشحنات الحرة في واحدة الحجم و q قيمة كل شحنة.

بمأن كل ذرة نحاس تساهم بإلكترون حر واحد للتيار فإن عدد الشحنات الحرة = عدد الذرات، وقيمة كل شحنة تساوي شحنة الالكترون أي $q = e$

ومنه

$$v = \frac{J}{nq} = \frac{3.10^{6}}{8.5\,.10^{28} \times 1.6.10^{-19}} = 22.05.10^{-5} m/s$$

2. قانون أوم:

أ- الصيغة العامة لقانون أوم:

نسبة فرق الكمون بين نقطتين A و B من ناقل معدني متجانس موجود عند درجة حرارة ثابتة، على التيار الكهربائي I الذي يجتازه تكون ثابتة، و يسمي هذا الثابت بالمقاومة الكهربائية (résistance électrique) للناقل بين النقطتين A و B ويرمز لها ب R

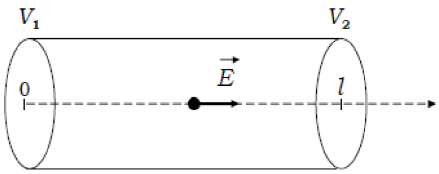
$$R = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{V}{I}$$

وحدتها في النظام الدولي الأوم: $(\Omega = \frac{V}{A})$، الأوم هو مقاومة ناقل يمر عبره تيار قيمته واحد أمبير عندما يظهر بين طرفيه فرق كمون مقداره 1 فولط.

قانون أوم صالح من أجل كل المعادن الاعتيادية أو المألوفة، وتدعى النواقل الأومية.

ب - الصيغة المحلية لقانون أوم:

ناقل معدني أسطواني طوله l ومساحة مقطعه S يطبق فرق كمون V بين طرفيه فينشأ حقل كهربائي منتظم $\vec{E}$ في كل نقطة من الناقل.



حيث $$dV = -\vec{E}.\vec{dl}$$

$\vec{E}$ ، $\vec{dl}$ هما على التوازي ومنه:

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = \int_0^l -\vec{E}.\vec{dl} = -E\int_0^l dl$$

$$V = V_2 - V_1 = E.\,l$$

فرق الكمونV ينشأ تيارا كهربائيا Iعبارته حسب قانون أوم

$$V = R.I$$

ولدينا

$$I = J.S$$

فيكون $V = E.\,l = R.J.S$

نحصل على عبارة جديدة لكثافة التيار بدلالة الحقل الكهربائي:

$$J = \left[\frac{l}{R.S}\right]E = \sigma E$$

وبصفة عامة يمكن أن نكتب $\vec{J} = \sigma\vec{E}$

وهي تدعى الصيغة المحلية لقانون أوم

حيث: $\sigma = \frac{l}{R.S}$ تدعى بالناقلية ووحدتها $(\Omega^{-1}m^{-1})$.

يميز الوسط عادة بالمقاومية ϱ وهي مقلوب الناقلية $\varrho = \frac{1}{\sigma}$ وحدتها(Ωm) وهي مقدار يتعلق بطبيعة المادة ودرجة الحرارة.

يبين المخطط التالي تصنيفا عاما للمواد حسب تغير الناقلية/المقاومية.

مثال:

سلك ناقل طوله m 1 ونصف قطره mm 1 ، نطبق بين طرفيه فرق كمون قدره volt 2 والمطلوب حساب :

1) مقاومة الناقل، علماً أن المقاومة النوعية لمادة السلك $1.6 \ X\ 10^{-8}\ \Omega.m$.
2) شدة التيار المار في الناقل.
3) شدة الحقل الكهربائي داخل الناقل والقوة المؤثرة على الإلكترون.

الحل:

1)تحسب مقاومة الناقل من العلاقة:

$$R = \rho \frac{\ell}{s} = \rho \frac{\ell}{\pi r^2} = \frac{1.6\ X\ 10^{-8}\ X\ 1}{\pi 10^{-6}} = 5\ X\ 10^{-3}\Omega$$

2)شدة التيار تحسب من العلاقة:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{2}{5\ X\ 10^{-3}} = 400\ A$$

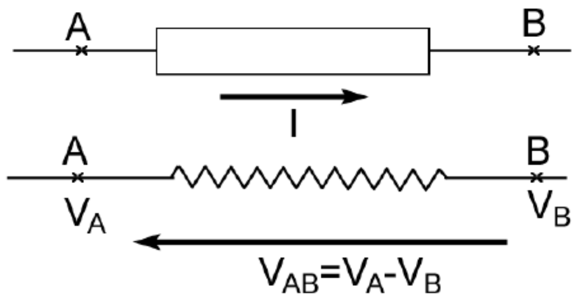
3)الحقل الكهربائي داخل السلك:

$$E = \frac{V}{\ell} = \frac{2}{1} = 2\ \frac{V}{m}$$

أما القوة المؤثرة على الإلكترون:

$$F = q\ E = e\ E = 1.6\ X\ 10^{-19}\ X\ 2 = 3.2\ X\ 10^{-19}\ N$$

3. ربط المقاومات:



تمثل المقاومة في الدارة كما في الشكل حيث:

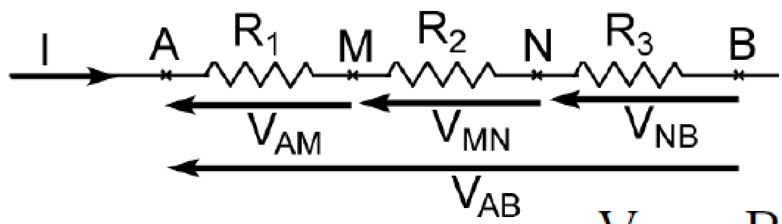
$$V_A > V_B \Rightarrow V_{AB} > 0$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = RI$$

مع **I** موجب.

قد تستدعي الحاجة إلى ضم المقاومات لتبسيط الدارات المعقدة عموما أو للحصول على مقاومات مكافئة معينة.

أ- الربط على التسلسل: وفيها توصل المقاومات ببعضها بحيث يعبرها نفس التيار كما في الشكل أسفله.



لدينا:

$$V_{AM} = R_1 I$$
$$V_{MN} = R_2 I$$
$$V_{NB} = R_3 I$$

$$\begin{aligned} V_{AB} = V_{AM} + V_{MN} + V_{NB} &= R_1 I + R_2 I + R_3 I \\ &= I(R_1 + R_2 + R_3) \\ &= IR_{éq} \end{aligned}$$

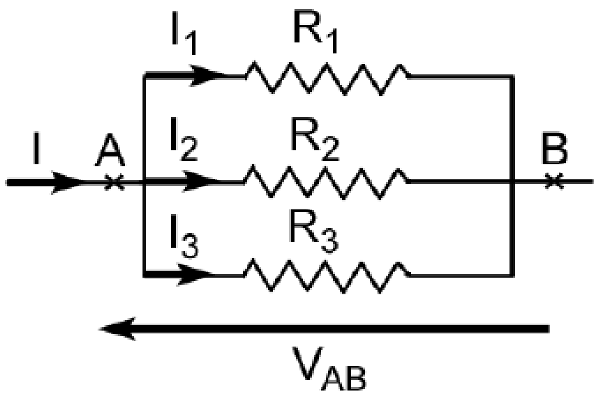
ومنه:

$$R_{éq} = R_1 + R_2 + R_3$$

بصفة عامة:

$$R_{éq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

ب- الربط على التفرع:



$$V_{AB} = R_1 I_1 = R_2 I_2 = R_3 I_3$$

في العقدة A لا يتراكم التيار

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 \\ &= \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} + \frac{V_{AB}}{R_3} \\ &= V_{AB}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \\ &= V_{AB} \times \frac{1}{R_{éq}} \end{aligned}$$

نستنتج أن:

$$\frac{1}{R_{éq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

بصفة عامة:

$$\frac{1}{R_{éq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

4. المفعول الحراري للتيار الكهربائي(مفعول جول):

نعتبر R مقاومة يعبرها تيار مستمر شدته I

خلال المدة t تنتقل كمية الشحنة q من الكمون V_A إلى الكمون V_B حيث $q=I.t$

يرافق ذلك تحول في الطاقة بين نقطتين A و B قدره

$$W = q(V_A - V_B) = It(V_A - V_B)$$

ولدينا بين A و B الناقل R يكون:

$$V_A - V_B = \mathrm{RI} \Longrightarrow \mathrm{W} = \mathrm{RI}^2\mathrm{t}$$

تبين التجربة أن هذا التحول في الطاقة يكون على شكل تدفق حراري نحو الخارج ويسمى مفعول.

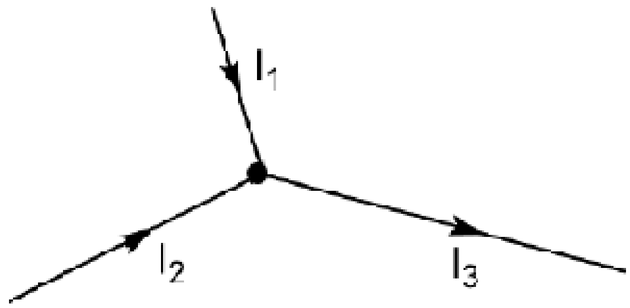
معدل التحول أو الاستطاعة هي:

$$P = \frac{dW}{dt} = R\mathrm{I}^2$$

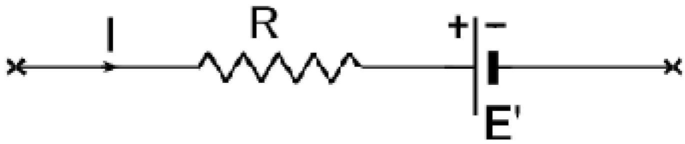
الشبكات الكهربائية (قوانين كيرشوف)

أ- تعاريف عامة:

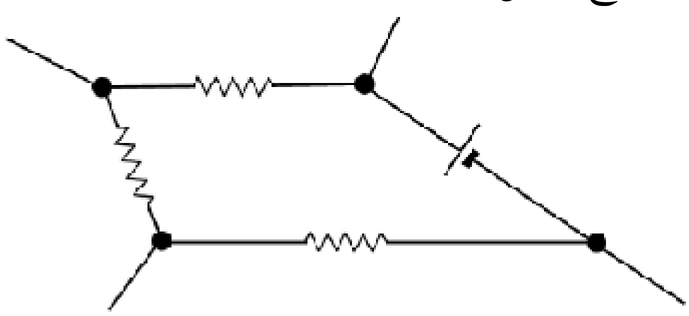
- العقدة نقطة تقاطع ثلاثة فروع أو أكثر



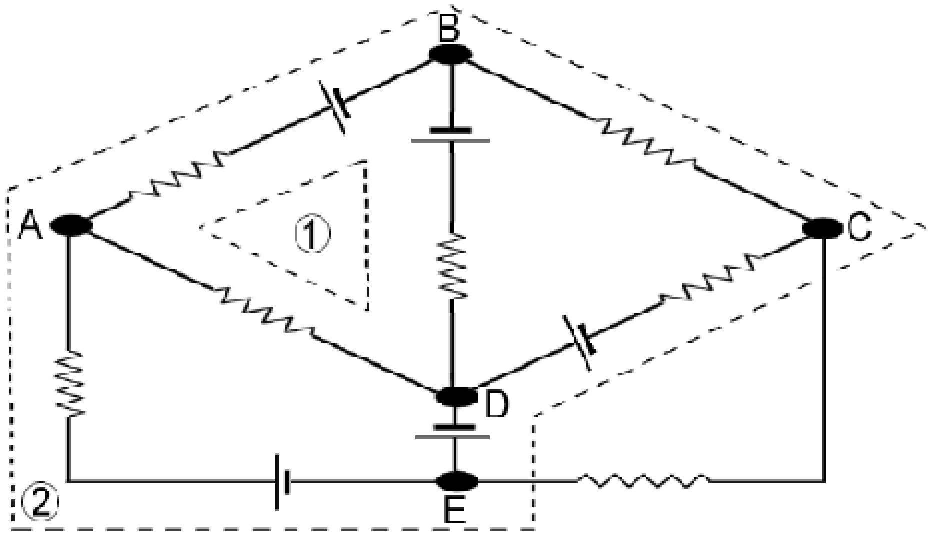
- الفرع وجزء من الدائرة يمر فيها نفس التيار



- الحلقة (العروة) مجموعة فروع تشكل حلقة



- الشبكة هي مجموعة من الحلقات: مثال الحلقة ABDA تتكون من ثلاثة فروع الحلقة BAEDCB تتكون من خمسة فروع.

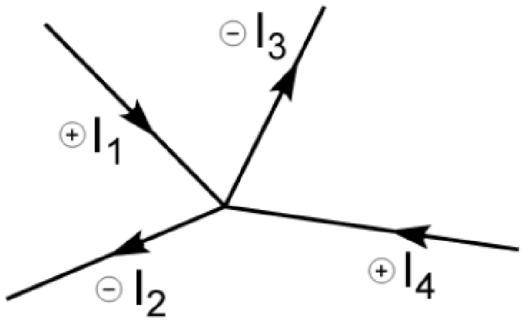


ب- قانونا كيرشوف:

قانون العقد: لا يوجد تراكم كهربائي في العقدة معناه التيارات الداخلة إلى العقدة تساوي التيارات الخارجة منها.

$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3$$

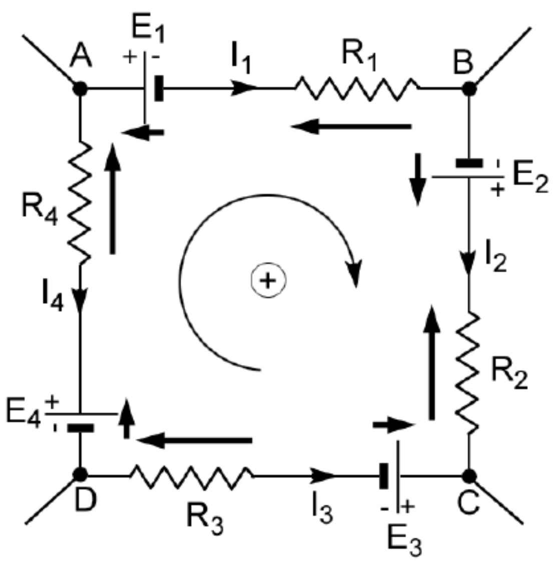
أو المجموع الجبري للتيارات في العقدة معدوم.



قانون الحلقات (العروات):

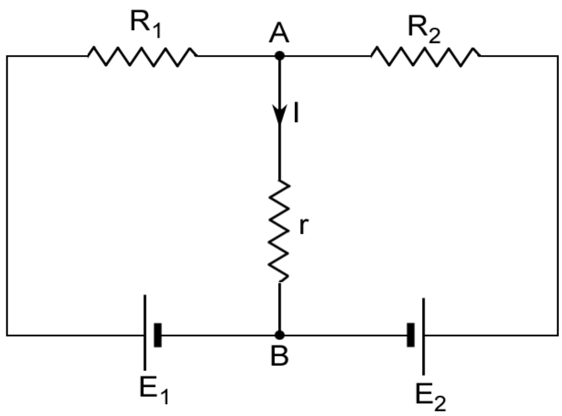
ينص هذا القانون على أن المجموع الجبري لفرق الكمون الكهربائي بين أطراف العناصر في حلقه مغلقه في الدارة الكهربائية يساوي صفر.

$$\sum_k V_k = 0$$



بناء على ذلك نحدد اتجاه اختياري لمرور التيارات في كافة الفروع.
نرمز بسهم أمام كل عنصر للدلالة على جهة الكمون الأعلى كما في الشكل، في المولد من قطبه الموجب إلى قطبه السالب، أما في المقاومة فإنه يكون عكس اتجاه التيار الذي يجتازها.
ونتفق على أن ما كان منها عكس اتجاه مختار للدوران في الحلقة فهو موجب، وغيرها سالب.

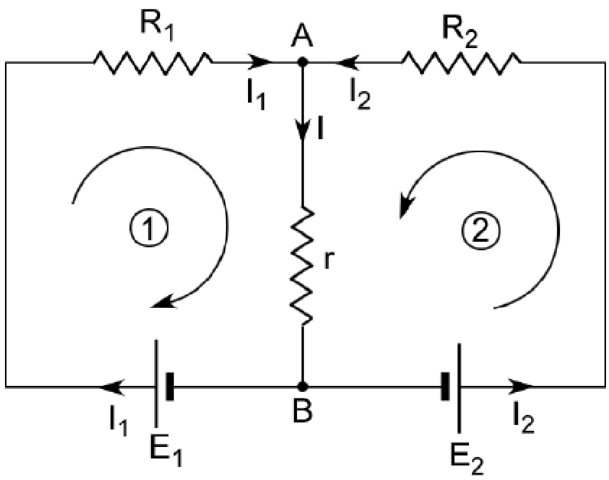
$$V_{AB}+V_{BC}+V_{CD}+V_{DA}=0$$
$$(E_1+R_1I_1)+(-E_2+R_2I_2)+(E_3-R_3I_3)+(-E_4-R_4I_4)=0$$
$$(R_1I_1+R_2I_2-R_3I_3-R_4I_4)+(E_1-E_2+E_3-E_4)=0$$



مثال:

احسب التيار I المار في r حيث:

$R_1=3\Omega,\ R_2=18\Omega,\ r=6\Omega$
$E_2=18V,\ E_1=12V$



الإجابة:

في العقدة A: $I=I_1+I_2$

في الحلقة (1): $R_1I_1+rI-E_1=0$

في الحلقة (2): $R_2I_2+rI-E_2=0$

من المعادلة (1) $I_2=I-I_1$ نعوض في المعادلتين (2) و (3) نجد:

$$\begin{cases}3I_1+6I=12\\-18I_1+24I=18\end{cases}$$

ومنه:

$$I = 1,5A$$

3. تمارين

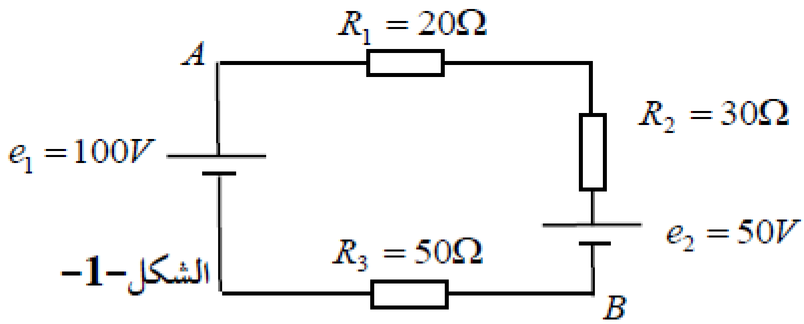
التمرين الاول: نعتبر انه لدينا ناقل اسطواني الشكل من الفضه نصف قطره a=0.6mm وطوله L=42cm يجتازه تيار كهربائي ثابت شدته I=50A كما نعتبر أن فرق الكمون المطبق بين طرفيه هو V=0.3Volt.

1. احسب كثافة التيار الكهربائي J وكذا الناقلية الكهربائية للفضه σ
2. علما ان كل ذرة فضة تحرر الكترونا واحدا، احسب عدد الإلكترونات الحرة داخل الناقل في وحدة الحجم علما أن:

   الكتلة الذرية: M=108 g/mol و الكتلة الحجمية g/cm 310.5 =ϱ
3. احسب سرعة الإلكترونات الحرة داخل الناقل.

التمرين الثاني: لتكن الدارة المبينة في الشكل (1)، وباعتبار أن المقاومة الداخلية للمولدين معدومين

1. احسب شدة التيار المار في المقاومة R_1.
2. احسب فرق الكمون بين النقطتين A و B.

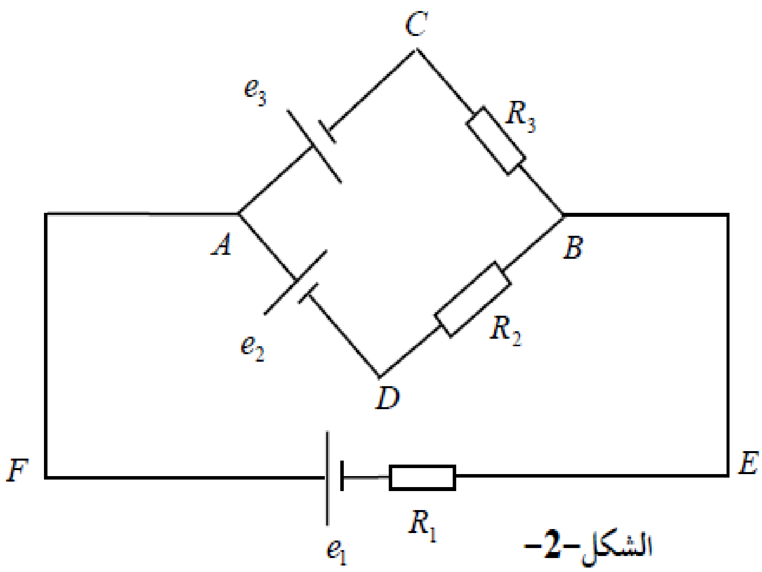


الشكل-1-

التمرين الثالث: لتكن الدارة المبينة في شكل (2). احسب قيمة التيار المار في الفرعين ACB و ADB.

$e_3=4V,\ e_2=2V,\ e_1=12V$

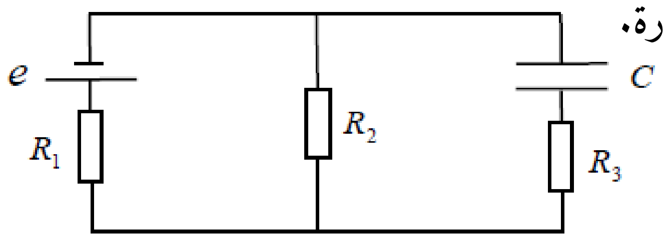
$R_1=100\Omega,\ R_2=10\Omega,\ R_3=50\Omega$



الشكل-2-

التمرين الرابع:

لتكن الدارة المبينة في الشكل(3) حيث المكثفة مشحونة كليا.



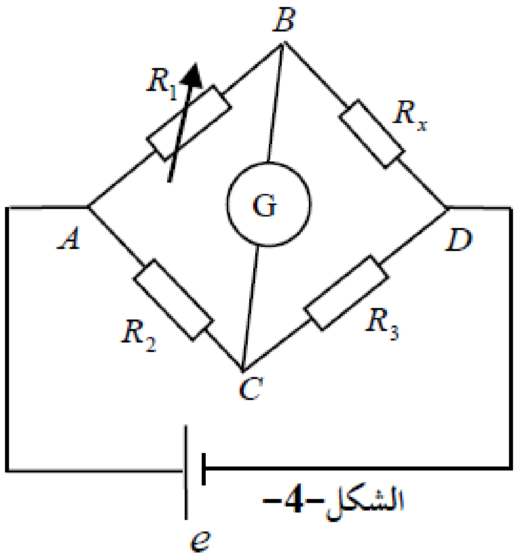
الشكل-3-

1. احسب قيم التيار المار في الفرع من فروع الدارة.
2. احسب فرق الكمون بين لبوسي المكثفة وكذا الطاقة المخزنة داخلها.

$e=5V,\ R_1=20\Omega,\ R_2=30\Omega,\ C=3\mu F$

التمرين الخامس:

الدارة المبينة في الشكل(4) تمثل جسر وطستون، نغير قيمة المقاومة حتى يشير جهاز الغلفانومتر الى انعدام التيار، أوجد المقاومة المجهولة R_X بدلالة المقاومات: R_1, R_2, R_3.



الشكل-4-

الفصل 5

المغناطيسية

الفصل الرابع : المغناطيسية

1. مدخل:

لوحظ منذ القديم أن هناك أحجار طبيعية موجودة في الطبيعة، لها القابلية والمقدرة على جذب بعض المعادن كقطع الحديد الصغيرة القريبة منها، أطلق على هذه الأحجار اسم الأحجار المغناطيسية نسبة إلى اسم منطقة اكتشافها وهي منطقة مغنيسيا بوسط آسيا.

عرف بعد ذلك أنه يمكن نقل الخواص التي تتميز بها تلك الأحجار إلى قطع من الحديد غير الممغنط وذلك بدلك قضيب من الحديد بقطعة من هذه الأحجار لبعض الوقت في اتجاه واحد، فتنتقل بذلك الخاصية المغناطيسية الموجودة بالحجر المغناطيسي إلى قضيب الحديد و يسمى في هذه الحالة جسمًا ممغنطا.

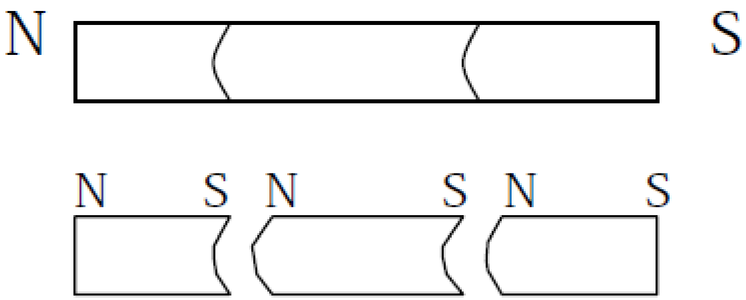
أجريت عدة تجارب منذ القرن الثاني عشر الميلادي، وضَّحت خاصيات أخرى للمغانط منها:

أن الجسم الممغنط عندما يعلق من وسطه ويترك حرا يميل بحيث أن طرفيه يشيران إلى اتجاهي كل من الشمال والجنوب الجغرافيين، وإذا غير اتجاهه فإنه يتحرك تلقائياً ليعود إلى وضعه الأول، وقد استعملت مثل الخاصية في تحديد اتجاهي الشمال والجنوب المغناطيسيين، وكانت أول الطرق المستعملة لتصنيع البوصلة المغناطيسية.

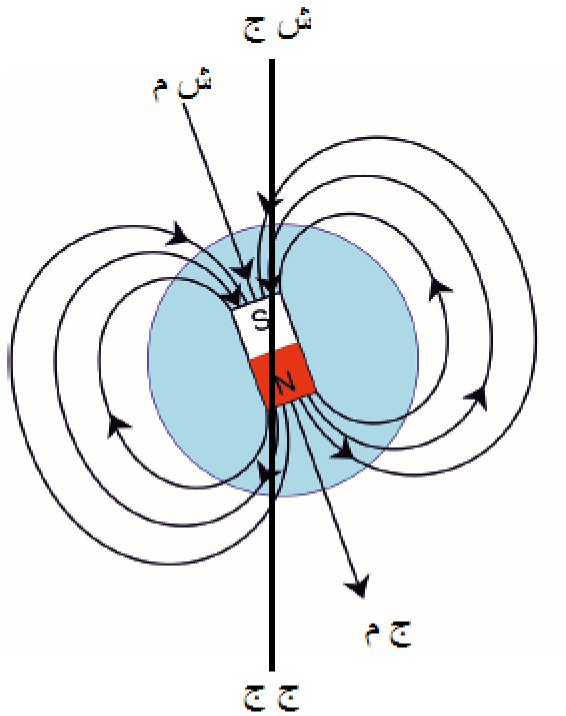
بينت هذه الخاصية أن ليس كل مناطق الجسم الممغنط متساوية الأثر، بل تتمركز في قطبين يسميان القطب الشمالي (N) الذي يشير إلى الشمال على الكرة الأرضية و القطب الجنوبي(S) الذي يشير إلى الجنوب على الكرة الأرضية.

بينت الاختبارات العلمية أن الأقطاب المتشابهة تتنافر، والأقطاب المختلفة تتجاذب. كما بينت أيضا أن أقطاب المغناطيس تتواجد دائما كأزواج لا يمكن عزلها، و عند كسر قضيب

مغناطيسي وفصله إلى أجزاء كما في الشكل فإن كل واحدة منها تصبح قضيباً مغناطيسياً متكاملاً جديداً له قطب شمالي وآخر جنوبي.



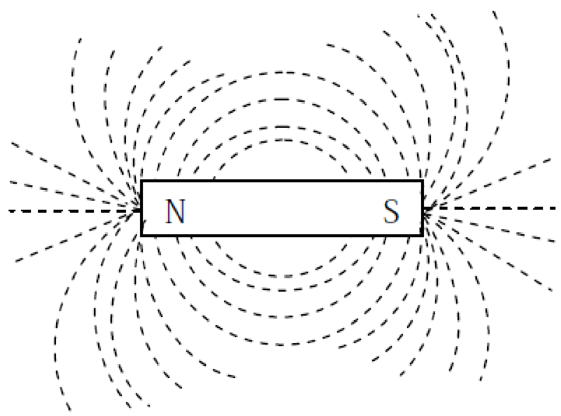
تسلك الكرة الأرضية نفسها سلوك مغناطيس طبيعي مستقيم عملاق، يحاذي قطبه الجنوبي القطب الشمالي الجغرافي، وينحرف عنه بزاوية تدعى "زاوية الميل المغناطيسي"، ويقع القطب الجنوبي المغناطيسي في كندا عند خط العرض. كما يوضح الشكل:

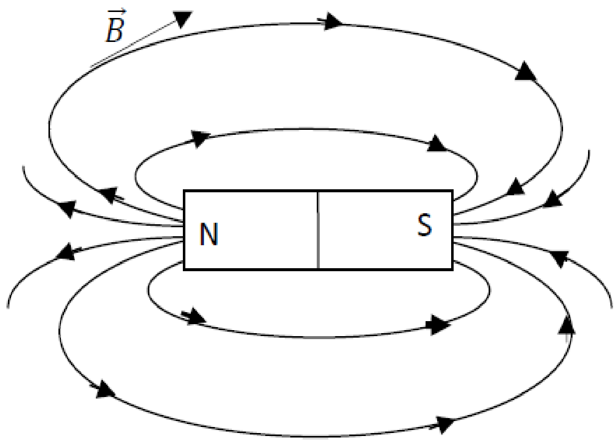


2. الحقل المغناطيسي:

عرفنا سابقا أن الشحنة الكهربائية تؤثر على أي شحنة قريبة منها بقوة كهربائية، أي أن للشحنة الكهربائية حقلاً يسمى بالحقل الكهربائي. وبالمقارنة نجد كذلك أن المغناطيس أيضا يؤثر على المواد المغناطيسية القريبة منه بقوة وهي تتركز في قطبيه وتقل في المناطق الأخرى.

من هنا يتبين أن هناك منطقة محيطة بالمغناطيس من جميع الجهات وفي جميع المستويات يظهر فيها تأثير القوة المغناطيسية يطلق عليها اسم الحقل المغناطيسي، وبما أن الحقل المغناطيسي غير مرئي لذلك يمكن إظهار أثره بواسطة برادة الحديد أو باستعمال عدة بوصلات صغيرة.





تعريف: يتميز الفضاء المحيط بالمغناطيس بحقل يدعى الحقل المغناطيسي يرمز له ب $\vec{B}$ اتجاهه في نقطة ما من الفضاء هو الاتجاه الذي يشير إليه القطب الشمالي لبوصلة، وهو مماسي في أي نقطة لخطوط الحقل المغناطيسي.

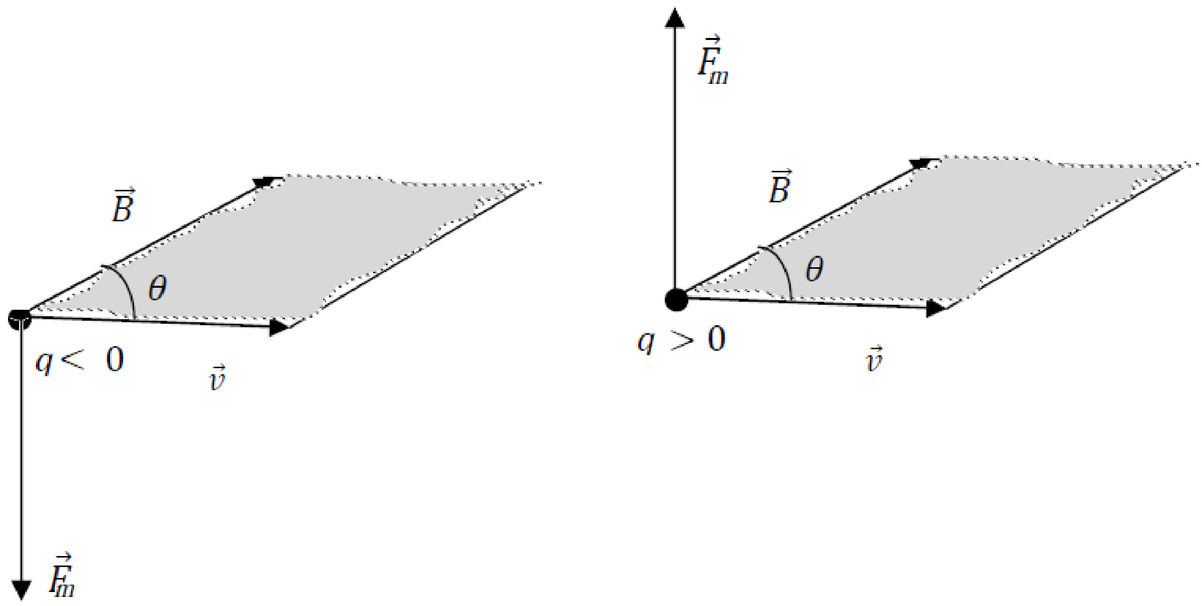
تمثل خطوط الحقل المغناطيسي بكيفية مشابهة لخطوط الحقل الكهربائي؛ أي أن شعاع الحقل مماسي للخطوط وشدته تتناسب طرديا مع عددها. لذلك ستتجه جميع خطوط الحقل المغناطيسي من القطب الشمالي إلى القطب الجنوبي للمغناطيس. وفي حالة الأرض، تشكل خطوط الحقل المغناطيسي غلافا يدعى الغلاف المغناطيسي.

3. القوة المغناطيسية المؤثرة على شحنة نقطية متحركة:

إذا تحركت شحنة q داخل حقل مغناطيسي $\vec{B}$ بسرعة $\vec{v}$ فإنها ستتأثر بقوة مغناطيسية (تدعى قوة لورانتز)، تعطى بالعلاقة:

$$\vec{F}_m = (q\,\vec{v}) \times \vec{B}$$

يتجه شعاع القوة المغناطيسية دائما ناظميا على المستوي الذي يشمل $\vec{B}$ و $\vec{v}$ ، فالقوة المغناطيسية متعامدة مع شعاع السرعة و شعاع الحقل المغناطيسي في آن واحد بحيث تشكل الأشعة ($\vec{B}$, $\vec{v}$, $\vec{F}_m$) بهذا الترتيب ثلاثية طردية كما يوضح الشكل:



- التأثير المغناطيسي على شحنة متحركة يمكن أن يغير اتجاه حركتها مع الحفاظ على قيمة سرعتها، وبالتالي على طاقتها الحركية. خلافا للتأثير الكهربائي الذي يمكن أن ينجز عملا فعليا بواسطة القوة الكهربائية فيغير طاقتها الحركية.
- تحديد اتجاه القوة المغناطيسية عمليا يكون وفق قاعدة اليد اليمنى.
- شدة القوة تعطى بالعبارة:

$$F_m = |q|\,|\vec{v}|\,|\vec{B}|\,\sin(\vec{v}, \vec{B})$$

تكون $F_m = 0$ إذا كان $(\vec{v} = \vec{0})$ أو $(\vec{v} // \vec{B})$.

تبلغ القوة المغناطيسية قيمتها العظمى عندما $(\vec{v}, \vec{B}) = \frac{\pi}{2}$ وتكون عندئذ:

$$F_m = q\, v\, B$$

ملاحظات:

رغم أوجه الشبه الكبير بين القوة الكهربائية و القوة المغناطيسية إلا أنه أيضا هناك اختلاف:

تعمل القوة الكهربائية باتجاه الحقل الكهربائي، بينما تعمل القوة المغناطيسية عموديا على الحقل المغناطيسي.

تعمل القوة الكهربائية على جسم مشحون بغض النظر عن حركة أو سكون هذا الجسم، بينما تعمل القوة المغناطيسية على جسم مشحون فقط عندما يكون متحركا.

تنجز القوة الكهربائية عملا في إزاحة الجسم المشحون، بينما لا تنجز القوة المغناطيسية للحقل المغناطيسي المستقر أي عملٍ عندما ينزاح الجسم.

عندما يخضع جسم مشحون إلى حقل كهربائي و حقل مغناطيسي معا فسوف يخضع إلى قوة لورنتز:

$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$.

مثال:

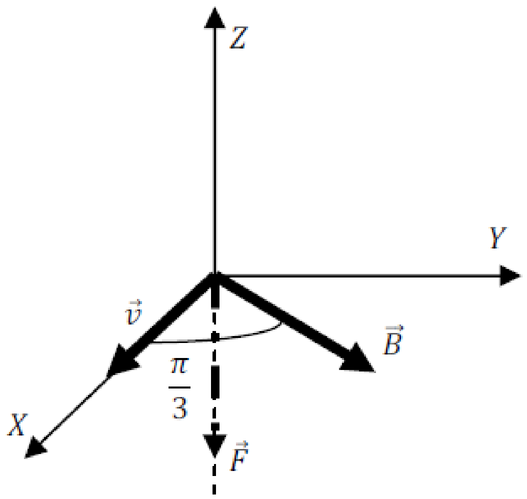
يتحرك إلكترون باتجاه المحور Ox بسرعة 8.10^{6} m/s و يخضع إلى حقل مغناطيسي قيمته 0.025T يصنع زاوية $\frac{\pi}{3}$ مع المحور Ox ويقع في المستوي Oxy.

أحسب القوة المغناطيسية والتسارع للإلكترون.

الإجابة:

القوة المغناطيسية : $\vec{F}=-e\vec{v}\times\vec{B}$

$$F=evB\sin\frac{\pi}{3}$$



$$=1{,}6\times10^{-19}.8\times10^{6}.0{,}025.\sin\frac{\pi}{3}$$

$$=2{,}8\times10^{-14}\mathrm{N}$$

التسارع: $\gamma=\dfrac{F}{m_e}=\dfrac{2{,}8\times10^{-14}(N)}{9{,}11\times10^{-31}(kg)}=0{,}31\times10^{17}\mathrm{ms}^{-2}$

4. القوة المغناطيسية المؤثرة على تيار كهربائي- قوة لابلاس:

عرفنا سابقا أن التيار الكهربائي عبارة عن حركة حاملات الشحنة الكهربائية في ناقل، نعتبر ناقل كهربائي يسري فيه تيار و يقع تحت تأثير حقل مغناطيسي، إذن سيعاني هذا الناقل من قوة مغناطيسية.

سبق وأن عرفنا بأن كثافة التيار الذي يجتاز ناقل تكتب بالعبارة

$$\vec{J}=n.q\,\vec{v}$$

حيث n هي عدد الشحنات في واحدة الحجوم، و $\vec{v}$ هي سرعتها

وليكن S مقطع عمودي لهذا الناقل .

إذا وجد هذا الناقل في حقل مغناطيسي $\vec{B}$ فإن القوة المؤثرة على واحدة الحجم هي:

$$\vec{F} = nq\vec{v} \times \vec{B} = \vec{J} \times \vec{B}$$

لنأخذ عنصر طول $d\vec{l}$ من الناقل. يكون عدد حاملات الشحنة المحتواة في dl هو

$$N = nSdl$$

القوة التي يخضع لها $d\vec{l}$ هي:

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= Nq\vec{v} \times \vec{B} \\ &= nSdl\, q\, \vec{v} \times \vec{B} \\ &= Sdl\, \vec{J} \times \vec{B} \\ &= Id\vec{l} \times \vec{B} \end{aligned}$$

وتكون القوة المطبقة على كامل الناقل هي

$$\vec{F} = I \int_{\text{طول الناقل}} d\vec{l} \times \vec{B}$$

تسمى هذه العلاقة بقانون لابلاس.

محصلة القوة المغناطيسية في حالة ناقل مغلق موجودة تحت تأثير حقل مغناطيسي منتظم تكون معدومة.

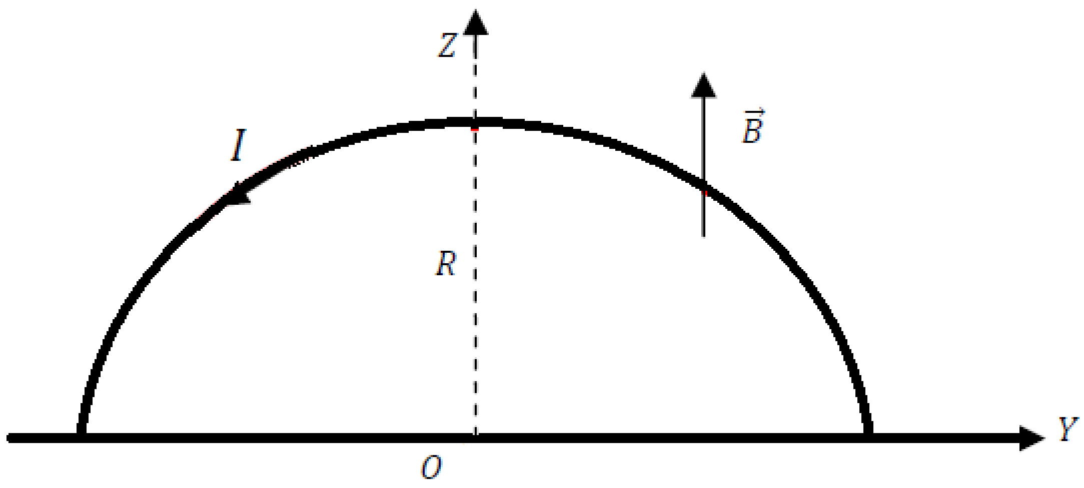
مثال:

يبين الشكل المقابل سلك على شكل نصف دائرة مغلقة نصف قطرها R يعبره تيار I ويسبح داخل حقل مغناطيسي منتظم $\vec{B}$ موجه نحو المحور Oz.

أوجد اتجاه و مقدار القوة المغناطيسية المؤثرة على الجزء المستقيم ثم الجزء المنحني من السلك.

استنتج القوة الكلية على كامل السلك.

الإجابة:



الجزء المستقيم: يخضع الجزء المستقيم من السلك الى قوة نحدد حاملها واتجاهها وفق قاعدة اليد اليمنى فيكون حاملها المحور Ox وفي الاتجاه الموجب له (عمودية على المستوي Oyz)

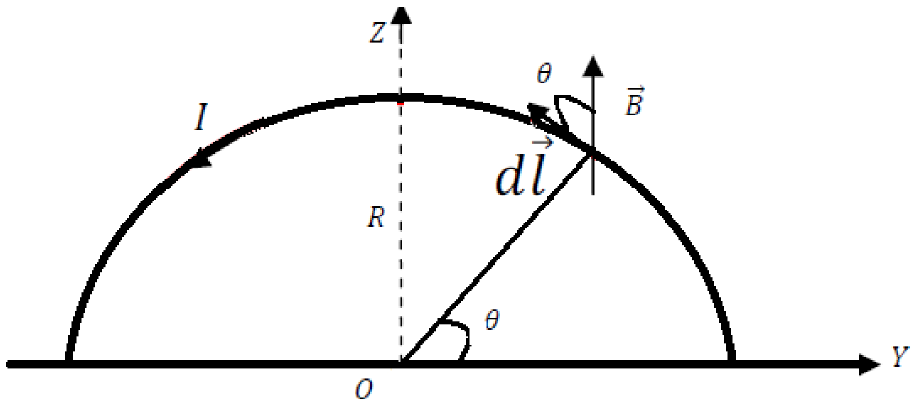
أما طويلتها: بتطبيق قانون لابلاس

$$d\vec{F}_1 = Id\vec{l} \times \vec{\mathrm{B}}$$

$$Id\vec{l} \times \vec{\mathrm{B}} = Idl\,\vec{j} \times B\vec{k} = IBdl\,(\vec{j} \times \vec{k}) = IBdl\,\vec{i}$$

$$d\vec{F}_1 = IB\sin\frac{\pi}{2}dl\,\vec{i} \;\rightarrow \vec{F}_1 = IB\int_{-R}^{R} dl\,\vec{i} = 2RIB\vec{i}$$

الجزء المنحني: يخضع الجزء $d\vec{l}$ من الناقل إلى القوة $d\vec{F}_2$ (أنظر الشكل)



نكتب:

$$d\vec{F}_2 = Id\vec{l} \times \vec{B}$$
$$= Idl\,(-\sin\theta\,\vec{j} + \cos\theta\,\vec{k}) \times B\,\vec{k}$$
$$= Idl\,B\,[\sin\theta\,(-\vec{j} \times \vec{k}) + \cos\theta\,(\vec{k} \times \vec{k})]$$
$$= Idl\,B\,\sin\theta\ \ (-\vec{i})$$
$$= I\,R\,B\,\sin\theta\,d\theta\,(-\vec{i})$$

ومنه:

$$\vec{F}_2 = I\,R\,B\int_0^{\pi} \sin\theta\,d\theta\ \ (-\vec{i}) = 2I\,R\,B(-\vec{i})$$

القوة المغناطيسية الكلية هي:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

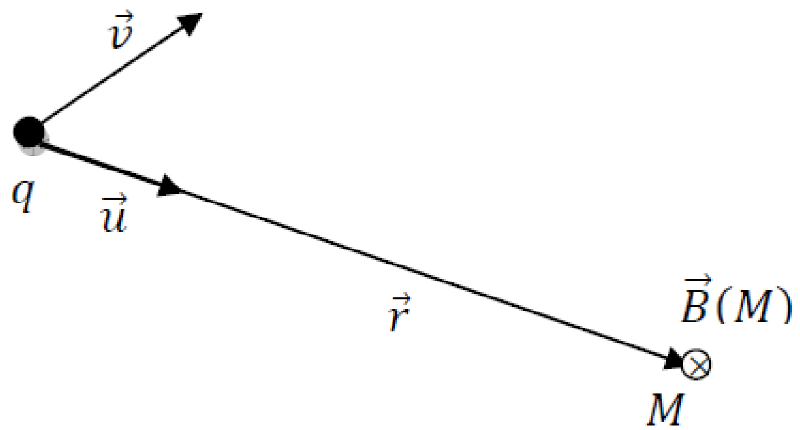
5. الحقل المغناطيسي الناشئ عن شحنة نقطية متحركة:

عندما تتحرك شحنة نقطية q بسرعة $\vec{v}$ ينشأ عن ذلك في النقطة M حقلا مغناطيسيا عبارته:

$$\vec{B}\,(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{q\vec{v} \times \vec{u}}{r^2}$$

μ_0 ثابت يسمى نفاذية الفراغ أو السماحية وتساوي $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} T.m.A^{-1}$

يرتبط μ_0 مع ε_0 بالعلاقة $\mu_0 \varepsilon_0 C^2 = 1$ حيث C سرعة الضوء في الفراغ.



تحدد جهة الحقل حسب قاعدة اليد اليمنى مع مراعاة حالة الشحنة موجبة أوسالبة.

الحقل معدوم في أي نقطة تقع على حامل شعاع السرعة.

في بقية النقاط الأخرى الحقل عمودي على المستوي المشكل من الشعاعين

$\vec{r}$ (أو $\vec{u}$) و $\vec{v}$

مبدأ التراكب: الحقل المغناطيسي الناتج عن عدة شحنات نقطية متحركة:

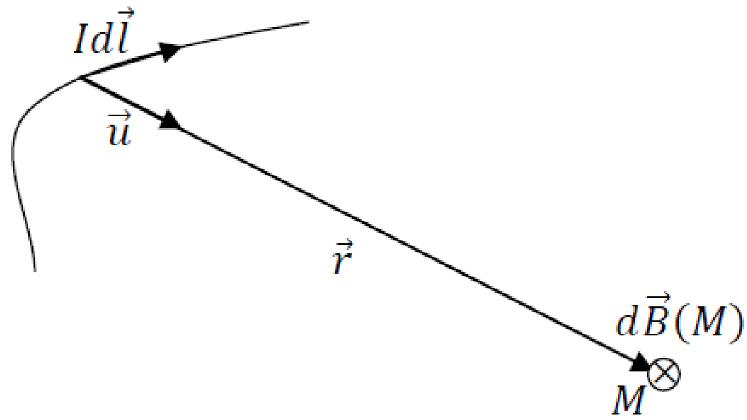
$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i \vec{v}_i \times \vec{u}_i}{r_i^2}$$

6. الحقل المغناطيسي الناشئ عن تيار كهربائي -قانون بيو و سافار -

نأخذ عنصر $d\vec{l}$ (يحتوي على شحنة dq) من ناقل كهربائي يسري فيه تيار I .

في النقطة M تبعد عن $d\vec{l}$ بالمسافة r ينشأ حقل مغناطيسي عنصري عبارته:

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{Id\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}$$



يكون الحقل الكلي الناتج على كامل الناقل:

$$\vec{B}(M) = \int_{\text{الناقل}} d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\text{الناقل}} \frac{Id\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}$$

تدعى العبارة الاخيرة بقانون بيو و سافار

نستفيد من هذا القانون في تحديد شعاع الحقل المغناطيسي الناجم عن أشكال مختلفة للسلك الناقل.

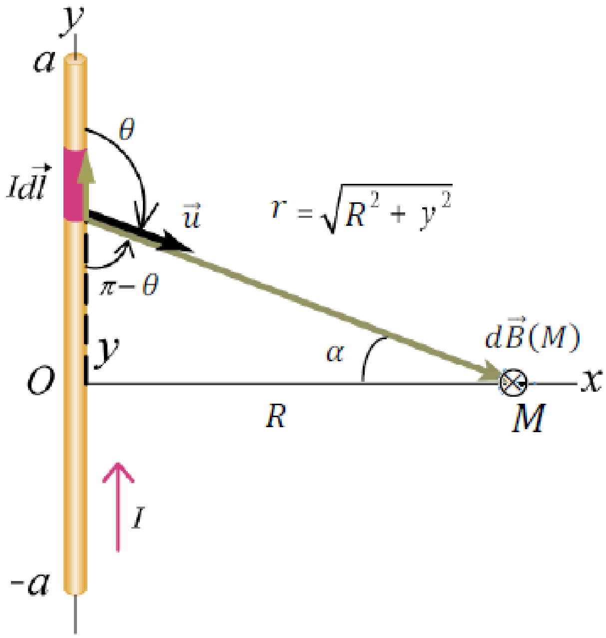
7. تطبيقات:

الحقل المغناطيسي الناشئ عن تيار مستقيم:

1- أحسب الحقل المغناطيسي الناشئ عن جزء من سلك ناقل مستقيم طوله $2a$ يمر به تيار I في نقطة M من محور السلك وتبعد مسافة d عنه.

2- استنتج الحقل المغناطيسي في حالة سلك لا نهائي الطول.

الإجابة:



بتطبيق قانون بيو سافار

$$d\vec{B}(M)=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{u}}{r^2}$$

الجداء $d\vec{l}\times\vec{u}$ عمودي على الشكل ويتجه نحو الداخل ويساوي:

$$d\vec{l}\times\vec{u}=\mathrm{d}y\sin\theta=\mathrm{d}y\sin(\pi-\theta)=\frac{R}{\sqrt{R^2+y^2}}\mathrm{d}y$$

$$d\vec{B}(M)=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{(R^2+y^2)^{3/2}}\mathrm{d}y$$

ومنه

ويكون:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-a}^{+a}\frac{R}{(R^2+y^2)^{3/2}}\,\mathrm{d}y$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} R \left[\frac{y}{R^2\sqrt{R^2+y^2}}\right]_{-a}^{+a}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\frac{2a}{\sqrt{R^2+a^2}}$$

عندما يكون السلك لا نهائي الطول نضع $a \longrightarrow +\infty$ عندئذ نجد: $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$

الحقل المغناطيسي الناشئ عن تيار حلقي:

لنعتبر سلكا دائريا على كل حلقة نصف قطرها a يسري فيها تيارا شدته I

احسب الحقل المغناطيسي الناشئ في النقطة M الموجودة على محور الحلقة وعلى مسافة R من مركزها.

الإجابة:

كل عنصر $d\vec{l}$ من الحلقة يولد في النقطة M حقلا عنصريا $d\vec{B}$ حيث:

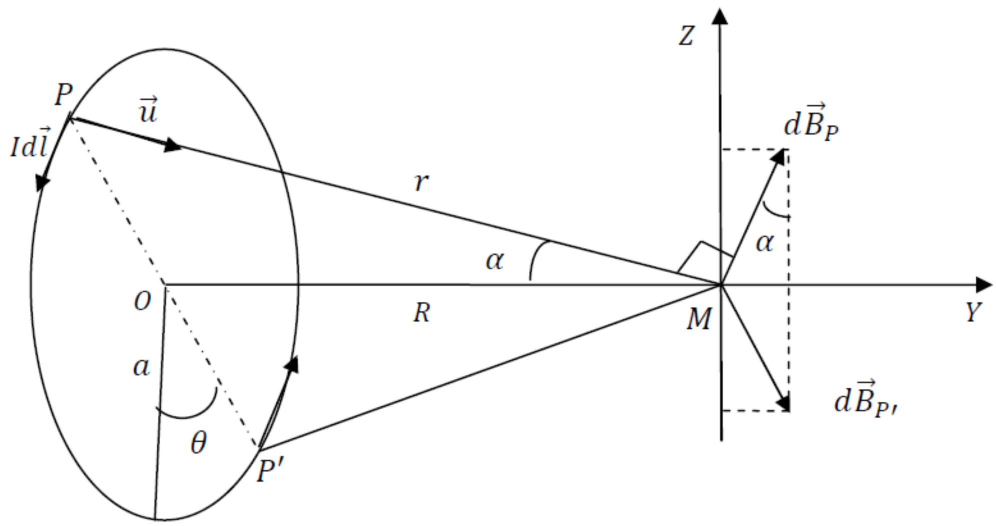
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{l}\times\vec{u}}{r^2}$$

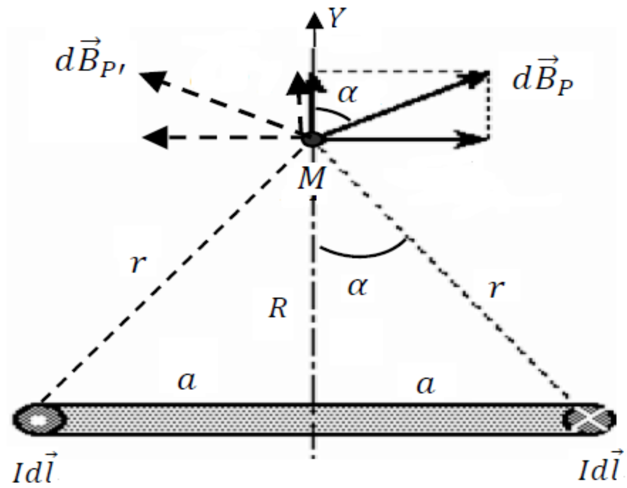
نفرض ان الحلقة موجودة في المستوي الشاقولي Oxz نلاحظ في هذه الحالة أن الشعاعين $\vec{u}$ و $d\vec{l}$ متعامدين أي: $\left(\widehat{d\vec{l},\vec{u}}\right) = \frac{\pi}{2}$.

يكون الجداء الشعاعي $d\vec{l} \times \vec{u} = dl$

ومنه:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{a^2 + R^2}$$





كما نلاحظ أن الشعاع $d\vec{B}$ يقع على المستوي Myz وله المركبتان dB_y و dB_Z

لكن بسبب التناظر تنعدم مركبة الحقل على المحور Mz ويكون:

$$d\vec{B}(M) = dB \sin\alpha\, \vec{j} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{a^2 + R^2} \sin\alpha\, \vec{j}$$

$$\begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{a}{r} \\ dl = ad\theta \end{cases}$$

بالتعويض نجد:

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ia^2 d\theta}{(a^2+R^2)^{3/2}}\ \vec{j}$$

وبالمكاملة نجد:

$$B(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ia^2}{(a^2+R^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\mu_0 Ia^2}{2(a^2+R^2)^{3/2}}$$

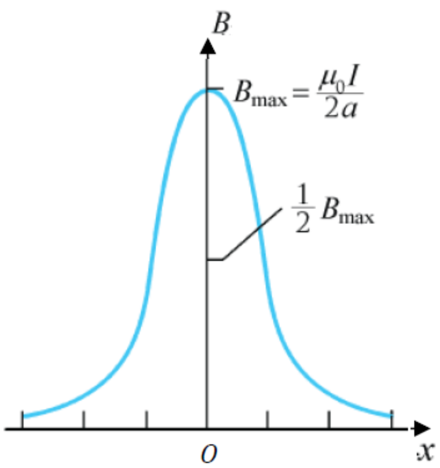
في حالة وشيعة مسطحة عدد لفاتها N يكون:

$$B(M) = \frac{N\mu_0 Ia^2}{2(a^2+R^2)^{3/2}}$$

للحصول على الحقل في مركز الحلقه نضع R=0 نجد:

$$B(O) = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

يمثل الشكل التالي الحقل المغناطيسي بدلالة البعد عن مركز الحلقة



8. نظرية التجول - قانون آمبير:

يؤدي هذا القانون في المغناطيسية نفس الدور الذي تؤديه نظرية غوص في الكهرباء.

يمكن استنباط " قانون آمبير" من قانون بيو سافار"، لكننا نقبله حاليا كقانون يمكن أن يبرهن تجريبيا.

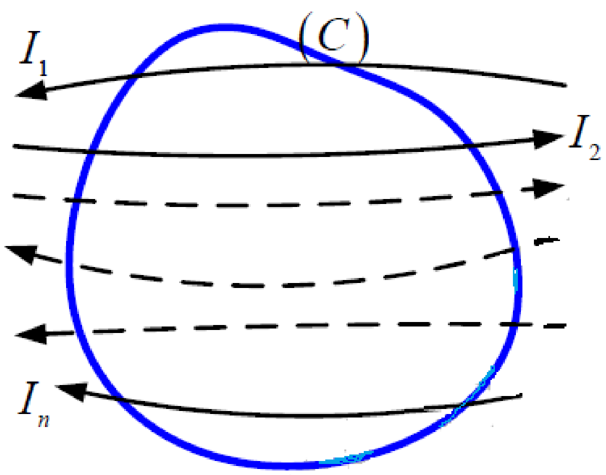
يقتصر " قانون آمبير" على الفضاء الحر ذي النفاذية μ_0 ويسمح عمليا بحساب شدة الحقل المغناطيسي بسهولة في الجمل المتناظرة.

ينص قانون آمبير على أن:

تجول الحقل" B" عبر مسار مغلق C يساوي المجموع الجبري للتيارات المستمرة التي يحتضنها المسار C ، مضروبا في النفاذية μ_0.

ونكتب:

$$\oint_C \overrightarrow{d\ell} \cdot \vec{B} = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k$$



نعني بالتيارات التي يحتضنها المسار المغلق C تلك التيارات التي تخترق السطح الذي يستند على هذا المسار في اتجاه (أو في عكس اتجاه) الشعاع الناظمي $\vec{e}_N$ على هذا السطح.

يمكن أن نتفق على أن التيارات التي تخترق هذا السطح في اتجاه $\vec{e}_N$ موجبة، وغيرها سالبة. السمار C مسار كيفي يخضع اختياره في نظرية التجول لنفس المعايير التي يخضع لها سطح غوص في نظرية التدفق، أي أن C ينبغي أن يكون مسارا مغلقا يمر من نقطة M ويجعل الجداء السلمي $(\vec{d\ell} \cdot \vec{B})$ معلوما في أي جزء من C وتكون شدة الحقل $B(r)$ ثابتة على طول المسار.

مثال:

يجتاز تيار كهربائي ثابت شدته I_0 ناقلا اسطوانيا لا متناهي الطول نصف قطره R، نفرض أن التيار موازيا للمحور Oz. احسب الحقل المغناطيسي داخل وخارج الناقل. وارسم تغيراته.

الإجابة:

نعتبر دائرة تحيط بالأسطوانة وتتعامد معها نصف قطرها r حسب ما عرفنا سابقا شعاع الحقل المغناطيسي مماسيا للدوائر التي محورها التيار نفسه وشدته $B(r)$ ثابتة على طول مسار دائري محدد.

أي أن: $\vec{B} // \vec{d\ell}$

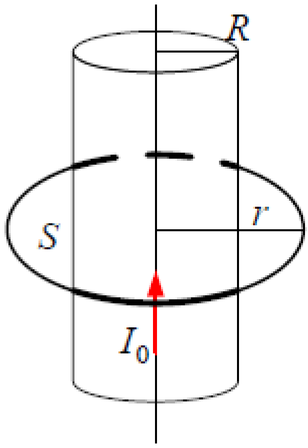
ومنه:

$$\oint_C \vec{d\ell} \cdot \vec{B} = B(r) \oint_{(C)} d\ell = B(r)\, 2\pi r$$

ومن جهة أخرى:

$$\mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k = \mu_0 I$$

خارج الأسطوانة $(R \prec r)$:



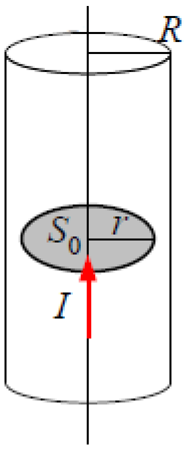
$$\mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k = \mu_0 I_0$$

ومنه نستنتج أن:

$$B(r) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$

داخل الأسطوانة $(r \prec R)$

يمكن الحصول على التيار الذي يعبر الدائرة في هذه الحالة باستعمال كثافة التيار:



$$J = \frac{I_0}{S_0} = \frac{I}{S} \Rightarrow I = \frac{I_0}{S_0}.S$$

حيث:

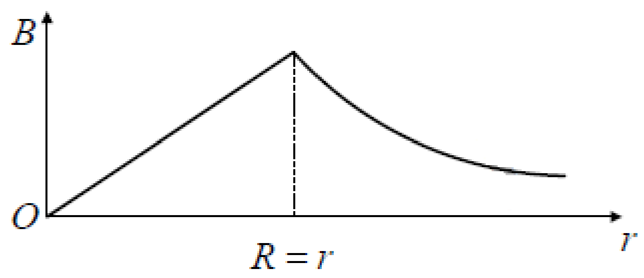
$$S_0 = \pi R^2 \quad , \quad S = \pi r^2$$

إذن:

$$I = \frac{I_0}{S_0}.S = \frac{I_0\, r^2}{R^2}$$

ومنه:

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0\, I_0}{2\pi R^2}\, r$$



المراجع باللغة العربية:

1- عبد الله موسى. الكهرباء والمغناطيسية، ديوان المطبوعات الجامعية 1987.

2- ألونزو-فين . الفيزياء العامة ج 2، ديوان المطبوعات الجامعية 1989.

3- ج. ل. كوبارار، ج. فورني، ح. لعجوز: الكهرباء و الأمواج، ديوان المطبوعات الجامعية 1993.

المراجع باللغة الأجنبية:

1- A. Fizazi, " *Electricité et Magnétisme",* OPU, 2012.

2- Amzallag, E and Cipriani, J and Naim, J Ben and Piccioli, N "*La physique du Fac, Electrostatique et Electrocinétique.*" Edi-Science, 2006.

3- Serway, Raymond A., and John W. Jewett. "*Physics for scientists and engineers*." Cengage learning, 2018.

4- Tipler, Paul A., and Gene Mosca. "*Physics for scientists and engineers*." Macmillan, 2007.

5- Lafrance, René. *Physique: "Électricité et magnétisme*." Chenelière Éducation, 2014.

مصادر أخرى

مطبوعة تمارين ومسائل محلولة في الكهرباء الساكنة، د. اللبي عبد القادر، جامعة الوادي

http://www.hazemsakeek.com/Physics_Lectures/Magnetic/mageniticlectures.htm

https://ia902909.us.archive.org/12/items/physics_chouhra/physique2.pdf